WACHSTUM UND AUSSENHANDEL

Eine Gleichgewichtsanalyse unter besonderer Berücksichtigung des Zwei-Länder-Falles

Inaugural-Dissertation
Zur Erlangung des Doktorgrades einer
Hohen Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
(Wirtschaftswissenschaftliche Abteilung)
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
Karl Keinath
aus Dettingen/Erms

1968

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547605_0039

WACHSTUM UND AUSSENHANDEL

Eine Gleichgewichtsanalyse unter besonderer Berücksichtigung des Zwei-Länder-Falles

Inaugural-Dissertation
Zur Erlangung des Doktorgrades einer
Hohen Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
(Wirtschaftswissenschaftliche Abteilung)
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
Karl Keinath
aus Dettingen/Erms

1968

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Dekan: Prof. Dr. phil. Karl Erich Born
Erstberichterstatter: Prof. Dr. rer. pol. Norbert Kloten
Zweitberichterstatter: Prof. Dr. rer. pol. Hans-Jürgen Vosgerau

Tag der mündlichen Prüfung: 15. Februar 1968

I N H A L T

1 Einleitung 1
11 Ausgangspunkt und Abgrenzung 1
12 Der wachstumstheoretische Ansatz 3
13 Langfristige Wachstumspfade - Stetiges Wachstum 5
14 Handelsbeziehungen zwischen Ländern 9

2 Außenhandel und wirtschaftliches Wachstum auf der Grundlage von Harrod-Domar-Modellen 11
21 Vorbemerkungen 11
22 Das Grundmodell 12
221 Modellstruktur und Modellhypothesen 12
222 Ableitung des Grundmodells 17
223 Die allgemeine Lösung des Grundmodells 19
2231 Die Wachstumspfade der Volkseinkommen in den einzelnen Ländern 19
2232 Die Entwicklung der Exporte, der Importe und der Handelsbilanzen 24
2233 Das Wachstum der Kapitalbestände und der Arbeit 27
2234 Die Entwicklung des Konsums, des Sparens und der Investitionen 28
2235 Der langfristige Anpassungsprozeß an die stetigen Wachstumspfade 29
2236 Bemerkungen zur Existenz einer Lösung und zur Stabilität des Systems 29
23 Die Einbeziehung autonomer Größen in das Grundmodell 32
231 Vorbemerkungen 32
232 Autonome Konsumausgaben 34
233 Autonome Investitionsausgaben 36
234 Die Eigenschaften der Wachstumspfade 40

24 Änderungen der Struktur des Grundmodells 47
241 Wirkungen einer Variation der Modellparameter und der autonomen Größen auf die Modellstruktur 47
242 Sonderfälle 48
2421 Modellstrukturen der Spezialfälle 48
2422 Die allgemeine Lösung 52
2423 Explizite Lösung einiger Sonderfälle 53
25 Dogmengeschichtliche Anmerkungen 60
251 Alternative Entwicklungen 60
252 Ein partieller Vergleich mit dem Modell von H. G. Johnson 62
26 Abschließende Bemerkungen 66

3 Neoklassische Wachstumsmodelle mit Außenhandel 68
31 Vorbemerkungen 68
32 Neoklassische aggregierte Wachstumsmodelle 71
321 Neoklassisches aggregiertes Wachstumsmodell ohne Außenhandel 71
3211 Das Modell 71
3212 Existenz eines stetigen Wachstumspfades 72
3213 Stabilität des stetigen Wachstumspfades 72
322 Neoklassisches aggregiertes Wachstumsmodell mit Außenhandel: 1 Land 74
3221 Das Modell 74
3222 Existenz eines stetigen Wachstumspfades 74
3223 Stabilität des stetigen Wachstumspfades 75
3224 Ein alternativer Ansatz 77
323 Neoklassisches aggregiertes Wachstumsmodell mit Außenhandel: 2 Länder 77
3231 Existenz eines stetigen Wachstumspfades 77
3232 Stabilität des stetigen Wachstumspfades 78

33 Ein neoklassisches Zwei-Sektoren-Wachstumsmodell mit Außenhandel 82
331 Die komparativ-statische Version 82
332 Ein dynamisches Modell mit Cobb-Douglas-Funktionen 85
333 Das kurzfristige Gleichgewicht 90
3331 Beziehungen zwischen Faktorpreisrelationen, Inputrelationen und Güterpreisrelation 91
3332 Kritische Werte der Güter- und Faktorpreisrelationen für vollständige Spezialisierung 94
3333 Die Importe von Investitionsgütern 101
3334 Importfunktion und Güterpreisrelationen 101
3335 Der Gleichgewichtspreis auf dem Weltmarkt 106
3336 Wirkungen von Änderungen der Faktorproportionen auf die Importfunktion und die kritischen Güterpreisrelationen 107
3337 Relative Kapitalausstattung und Weltmarktpreis 115
3338 Exkurs: Faktorproportionen, Heckscher-Ohlin-Theorie und Faktorpreisausgleich 117
334 Das langfristige Gleichgewicht 120
3341 Die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen 120
3342 Existenz eines langfristigen Gleichgewichts 125
3343 Die Stabilität des langfristigen Gleichgewichts 130
3344 Nachfragebedingungen und relative Kapitalausstattungen im langfristigen Gleichgewicht 143
3345 Die internationalen Güterströme beim Anpassungsprozeß 145
3346 Der Ausgleich der relativen Kapitalausstattungen 149
3347 Theorie der komparativen Kosten und Wirtschaftswachstum 150
3348 Die wirtschaftspolitische Bedeutung der Wachstumsmodelle 151

4 Schlußbemerkungen 154
Literaturverzeichnis 159

1 EINLEITUNG

11 AUSGANGSPUNKT UND ABGRENZUNG

Die Theorie des internationalen Handels zeichnet sich durch eine lange und reiche Tradition aus; sie war jedoch bis in die jüngste Vergangenheit weitgehend statisch ausgerichtet, d.h. das Element der Zeit war in ihren Erklärungsversuchen ausgeschaltet. Dem entspricht die Vernachlässigung der wachstumstheoretischen Fragestellung bei Modellen mit Außenhandel, wie die Veröffentlichungen über die Theorie des internationalen Handels deutlich zeigen[1]. Ein guter Beleg ist auch der Aufsatz von J. Bhagwati[2], der auf rund 85 Seiten einen Überblick über die reine Theorie des internationalen Handels gibt, wobei die dynamischen Probleme auf drei Seiten abgehandelt werden! Dieses Ergebnis ist natürlich teilweise durch die Beschränkung auf die reine Theorie bedingt, doch selbst wenn man die Abgrenzung aufhebt, ändert sich am Gesamteindruck nichts. Man kann ohne weiteres Bombach[3] zustimmen, nach dem "die Beziehungen zwischen Wachstum und Außenhandel ... noch ein unterentwickeltes Gebiet unserer Wissenschaft" sind.

Außenhandelsmonographien beschränken sich regelmäßig auf statische und komparativ-statische Fragestellungen, während dynamische Probleme meist gar nicht behandelt werden[4]. Auf der anderen Seite wird in der Wachstumstheorie die Außenhandelsproblematik - wenn überhaupt - nur am Rande ange-

---

1) Vergleiche dazu beispielsweise K.Rose, Theorie der Außenwirtschaft, Berlin und Frankfurt, 2.Aufl. 1966; G.Marcy, Economie Internationale, Paris 1965; J.Vanek, International Trade, Theory and Economic Policy, Homewood,Ill., 1962; C.P.Kindleberger, International Economics, 3rd ed., Homewood,Ill., 1963. Als jüngste zusammenfassende Darstellung sei verwiesen auf J.S.Chipman, A Survey of International Trade, Part I: The Classical Theory, in:Econometrica,Vol.33,1965,S.477-519, Part II: The Neo-Classical Theory, in:Econometrica,Vol.33,1965,S.685-760, Part III: The Modern Theory, in:Econometrica,Vol.34,1966,S.18-76, der von vornherein auf die Darstellung der sporadischen dynamischen Ansätze verzichtet.

2) J.Bhagwati, The Pure Theory of International Trade, A Survey, in:Surveys of Economic Theory, Growth and Development, Vol.II, London usw. 1965, S. 156-239.

3) G.Bombach, Zins und wirtschaftliches Wachstum, in: Weltwirtschaftliches Archiv, Band 96, 1966, S. 222.

4) In der zweiten Auflage (1966) seiner Theorie der Außenwirtschaft befaßt sich K. Rose in einem besonderen Abschnitt mit Wachstum und Außenhandel, wobei er sich der komparativ-statischen Methode bedient.

sprochen, teils der Vollständigkeit halber, teils um zu zeigen, daß die allgemeinen Ergebnisse durch diese Erweiterung nicht wesentlich berührt werden[1]. Zwar wird allgemein die Notwendigkeit anerkannt, die Theorie des internationalen Handels zu dynamisieren, doch sind die bisherigen Ergebnisse relativ bescheiden. R. E. Caves[2] bemerkt hierzu: "Constructing models of international trade which involve time in some essential way has become an activity uniformly approved but seldom practised with success. Probably no economist today would have the temerity to suggest that dynamic model-building in trade theory is a waste of time." Meist schrekken die zu großen Schwierigkeiten ab. Dies zeigt sich auch bei B. Södersten, der in jüngster Zeit eine umfassende komparativ-statische Studie über wirtschaftliches Wachstum und internationalen Handel vorgelegt hat; er hält zwar den dynamischen Ansatz für besser als seinen komparativ-statischen, bemerkt aber zu einer dynamischen Analyse, daß "this is ... out of the question because it would have been to difficult to handle"[3].

Der insgesamt unbefriedigende Stand der dynamischen bzw. wachstumstheoretischen Ansätze, die Außenhandelsbeziehungen berücksichtigen, gaben den Anstoß, bestimmte Aspekte dieser Probleme zu analysieren. Wir wollen im folgenden langfristige Eigenschaften von Wachstumsmodellen mit zwischenstaatlichen Handelsbeziehungen untersuchen und dabei auf die Bausteine der Wachstumstheorie zurückgreifen. Da wir uns auf theoretische Fragestellungen beschränken, werden beispielsweise die mehr empirischen Zusammenhänge zwischen Außenhandel und wirtschaftlicher Entwicklung oder die langfristigen Veränderungen der internationalen Austauschrelationen von der Betrachtung ausgeschlossen. Eine weitere Abgrenzung gewinnen wir durch das methodische Vorgehen; wir verwenden die dynamische Methode[4] im Sinne von R. Frisch und klammern alle jene Untersuchungen aus, selbst wenn sie Aspekte des Außenhandels und des wirtschaftlichen Wachstums behandeln, die sich der komparativ-statischen Methode bedienen. Allerdings

---

1) Vergl. J.Bhagwati, a.a.O., S. 203, der als Beispiel S.Chakravarty, The Logic of Investment Planning, Amsterdam 1957, erwähnt.

2) R.E.Caves, Trade and Economic Structure, Cambridge, Mass.,1960,S.242.

3) B.Södersten, A Study of Economic Growth and International Trade, Stockholm usw., 1965, S.10-11.

4) D.Lorenz, Dynamische Theorie der internationalen Arbeitsteilung, Ein Beitrag zur weltwirtschaftlichen Entwicklung, Berlin 1967, verwendet den Begriff der "Dynamik" in Anlehnung an Schumpeter als ein entwicklungstheoretisches Konzept und nicht im Sinne von Frisch, nach dem die Abgrenzung von statischer und dynamischer Theorie mittels der Datierung der Systemvariablen erfolgt. Sein Hauptanliegen besteht in der Konzipierung einer "Entwicklungstheorie der internationalen Arbeitsteilung"; vergl. D. Lorenz, a.a.O., S. 13.

setzt die in der Arbeit angewandte dynamische Methode Grenzen für die Komplexität der Modellstrukturen, da sich andernfalls unüberwindliche mathematische Schwierigkeiten einstellen. Auch werden wir auf eine Analyse der Ursachen und Voraussetzungen (im Sinne von sozio-ökonomischen Umweltfaktoren) des wirtschaftlichen Wachstums verzichten. Stattdessen nehmen wir wie üblich einfach an, daß das Wachstum durch die Zunahme der verfügbaren Arbeit und/oder durch die endogen determinierten Investitionen erklärt wird.

Es wird in dieser Arbeit auch nicht versucht, die abgeleiteten Ergebnisse wirtschaftspolitisch nutzbar zu machen, d.h. den Modellen durch die Einführung wirtschaftspolitischer Parameter eine politische Dimension zu geben. Die diesem Verzicht zugrunde liegenden Überlegungen beruhen insbesondere auf der Langfristigkeit der in den Modellen analysierten Anpassungsprozesse.

Auf eine typische Schwierigkeit theoretischer Arbeiten soll hingewiesen werden[1]. Es lassen sich nämlich aus einer relativ kleinen Zahl von Voraussetzungen bereits viele Modellkombinationen ableiten. Man ist deshalb gezwungen, einige wenige Kombinationen bzw. Modellstellungen, die charakteristische Ergebnisse erwarten lassen, auszuwählen. Diese Schwierigkeiten treten bei empirisch ausgerichteten Arbeiten nicht in dem Maße auf, da die Zahl der Möglichkeiten von vornherein durch die Realität begrenzt wird.

12 DER WACHSTUMSTHEORETISCHE ANSATZ

Ein beträchtlicher Teil der "neuen Ergebnisse" der Theorie des internationalen Handels wird dadurch gewonnen, daß versucht wird, die Überlegungen bei Modellen ohne auf Modelle mit außenwirtschaftlichen Beziehungen zu übertragen. Dies war beispielsweise der Fall bei den Investitionsmultiplikatoren, die zunächst für geschlossene Volkswirtschaften und später für Volkswirtschaften mit Außenhandel entwickelt wurden. Auch die Dynamisierung der Theorie des internationalen Handels fügt sich

---

1) Vergl. dazu J.E.Meade, The Stationary Economy (Being Volume One of A Principles of Political Economy), London 1965, S. 7.

in diese Tradition ein. Die Wachstumstheorie, die sich fast ausschließlich mit Modellen ohne Außenhandel befaßt, bietet einen Anknüpfungspunkt für die Dynamisierung der Theorie des internationalen Handels.

Man kann die Wachstumstheorie je nach den ihr zugrunde liegenden produktionstheoretischen Grundlagen in drei große Gruppen einteilen[1]:

- "Models with a given capital coefficient, where the labour input does not enter the analysis explicitly, but is treated rather vaguely in supplementary comments."
- "Models with fixed production coefficients for labour input as well as for the capital stock, or some other kind of strict complementarity."
- "Models with explicitly expressed possibilities of substitution between labour input and capital stock in a traditional production function."

Diese mehr systematische Einteilung hat dogmengeschichtliche Parallelen. Bei der ersten Gruppe handelt es sich um Wachstumsmodelle, die eng mit den Namen von Harrod und Domar verbunden sind. Nah verwandt damit ist die zweite Gruppe, bei der der Produktionsfaktor Arbeit explizit berücksichtigt wird. Durch die Annahme fixer Relationen zwischen Output einerseits und Arbeit bzw. Kapital andererseits ergeben sich auch feste Relationen zwischen den Faktoreinsätzen. Diese beiden Gruppen von Wachstumstheorien unterscheiden sich dadurch, daß bei den Harrod-Domar-Modellen unterstellt wird, daß der Produktionsfaktor Arbeit immer im Überschuß vorhanden ist, so daß er nicht besonders berücksichtigt werden muß, während bei der zweiten Gruppe beide Produktionsfaktoren als knapp angenommen werden. Die dritte Gruppe unterscheidet sich von den beiden anderen grundlegend dadurch, daß vollständige Produktionsfunktionen verwendet werden und daß Faktorsubstitution zwischen den Produktionsfaktoren möglich ist. Das bedeutet, daß sowohl die Faktorproportionen als auch die Verhältnisse zwischen den Inputs und dem Output variabel sind. Durch die zusätzliche Annahme vollständiger Konkurrenz auf den Faktormärkten sind die vorhandenen Produktionsfaktoren immer voll beschäftigt. Wegen den produktions- und preistheoretischen Annahmen spricht man hier von neoklassischer Wachstumstheorie[2].

---

1) L.Johansen, Substitution versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth, A Synthesis, in: Econometrica, Vol. 27, 1959, S. 157.

2) Der Fall, daß Substitution nur zwischen einer begrenzten Zahl von Prozessen möglich ist, soll nicht weiter verfolgt werden.

Wir werden im folgenden Außenhandelsmodelle darstellen, die auf diesen wachstumstheoretischen Prinzipien beruhen. Nun hängen die Ergebnisse der traditionellen Theorie des internationalen Handels in entscheidendem Maße von den zugrunde liegenden Produktionsbedingungen ab. Als häufig verwendete Alternativen bieten sich limitationale und substitutionale Produktionsfaktoren an, mit der Konsequenz, daß in einem Fall feste und im anderen Fall variable Faktorproportionen auftreten. Diese beiden Möglichkeiten wurden im Anschluß an die Heckscher-Ohlin-Theorie sehr eingehend diskutiert, jedoch spielten die wachstumstheoretischen Aspekte keine Rolle. Gerade aber die produktionstheoretischen Grundlagen der Außenhandelstheorie und diejenigen der Wachstumstheorie geben gute Anknüpfungspunkte für eine Einbeziehung von Wachstumsüberlegungen in die Theorie des internationalen Handels.

Während im nächsten Kapitel Außenhandelsmodelle auf der Grundlage von Harrod-Domar-Modellen behandelt werden, soll im dritten Kapitel der neoklassische Ansatz dargestellt werden. Besonderes Gewicht wird in beiden Kapiteln auf den Zwei-Länder-Fall gelegt, wobei die Harrod-Domar-Version auch in einer allgemeinen Formulierung untersucht wird.

13 LANGFRISTIGE WACHSTUMSPFADE - STETIGES WACHSTUM

Ein zentrales Anliegen der Arbeit ist die Untersuchung langfristiger Gleichgewichtswachstumspfade in Wachstumsmodellen mit Außenhandel. Der Gleichgewichtsbegriff kann nach R. Jochimsen[1] zur Beschreibung der Realität, als normative Zielsetzung oder als analytisches Erklärungsinstrument verwendet werden. Für unsere weiteren Überlegungen spielt nur die letztgenannte Bedeutung des Begriffs eine Rolle. Denn bereits von der Fragestellung her hat unsere Arbeit mit dem ersten Begriffsinhalt sehr wenig zu tun und zum zweiten würde sich nur dann ein gewisser Berührungspunkt ergeben, wenn Probleme des optimalen Wachstums behandelt würden; dann wäre Gleichgewicht zugleich normative Zielsetzung und analytisches Erklärungsinstrument.

---

1) R.Jochimsen, Theorie der Infrastruktur, Grundlagen der marktwirtschaftlichen Entwicklung, Tübingen 1966, S. 23.

Unter einem langfristigen Gleichgewichtswachtstumspfad verstehen wir einen Wachstumspfad, auf dem die Variablen des Modells entweder mit derselben konstanten Rate[1] wachsen (z.B. Volkseinkommen, Kapitalstock) oder gleich bleiben (z.B. Preise). Die Relationen zwischen den Variablen beider Gruppen verändern sich dann nicht. Ein solches gleichgewichtiges Wachstum wird auch als stetiges Wachstum bezeichnet. Im Anschluß an Phelps[2] kann man von einem "Goldenen Zeitalter" sprechen.

Wir wollen sowohl für den Harrod-Domar- als auch für den neoklassischen Ansatz die Existenz und die Stabilität stetiger Wachstumspfade analysieren, wenn Außenhandelsbeziehungen berücksichtigt sind. Die Frage nach der Existenz zielt darauf ab, ob überhaupt ein stetiges Wachstum bei dem gegebenen Modell möglich ist, d.h. "given that the structure of the model, its parameters, etc., do not change, is there any set of economically meaningful values of the relevant variables that will permit the system to grow along a steady-state path without any tendency to diverge from it?"[3] Hinzu kommt die Frage nach der Stabilität stetiger Wachstumspfade, d.h. die Frage, ob, sofern sich das System im Ausgangszeitpunkt nicht auf einem stetigen Wachstumspfad bewegt, ein solcher trotzdem langfristig erreicht wird[4].

Die Ähnlichkeit dieses Konzepts mit dem statischen Gleichgewicht ist deutlich. In einem statischen Gleichgewicht sind alle Variablen konstant, während in einem Zustand stetigen Wachstums bestimmte Variable mit derselben konstanten Rate wachsen. Diese Zusammenhänge werden von Hicks[5] folgendermaßen charakterisiert: "Such a growth equilibrium is a generalization of the 'stationary state'; or (put the other way) the stationary state is a growth equilibrium with a growth rate zero. In the stationary state outputs remain constant, because technology is unchanging, and factor supplies are constant; in the growth equilibrium all alements in the economy are growing at the same (constant) rate - so that, although

---

1) Im Grenzfall ist die Wachstumsrate null.
2) E.S.Phelps, The Golden Rule of Accumulation; A Fable for Growthmen, in: American Economic Review, Vol. LI, 1961, S. 639.
3) F.H.Hahn und R.C.O.Matthews, The Theory of Economic Growth: A Survey, in: Surveys of Economic Theory, Growth and Development, Vol.II,London usw. 1965,S.3.
4) Einige Autoren sprechen von relativer Stabilität, da bei einer Störung eines stetigen Wachstumspfades nicht mehr derselbe, sondern ein anderer, jedoch mit derselben Wachstumsrate zunehmender Gleichgewichtspfad erreicht wird.
5) J.R.Hicks, Capital and Growth, Oxford 1965, S. 133.

there is an absolute expansion, every element remains in the same proportion to every other."

Das langfristige Gleichgewicht bzw. stetige Wachstum, wie es hier definiert wird, impliziert einige Probleme, die wir vorweg behandeln wollen. Unter der Voraussetzung konstanter Parameter kann das Volkseinkommen in einem Harrod-Domar-Modell langfristig nicht schneller wachsen als die Arbeit[1]. Es muß also gelten $g \leq n$, wobei g die Wachstumsrate des Volkseinkommens und n die der Arbeit ist. Für den Fall, daß $g < n$ ist, entsteht infolge der konstanten Parameter ein zunehmender Überschuß an Arbeit. Dieser kann nur dann verhindert werden, wenn die Arbeit und das Volkseinkommen mit derselben Rate wachsen, wenn also $g = n$ ist und im Ausgangszeitpunkt kein Überschuß an Arbeit existiert. Für den endogen bestimmten Kapitalbestand gilt bei stetigem Wachstum ebenfalls, daß seine Wachstumsrate gleich der des Volkseinkommens ist; es muß also gelten

$$g = \frac{I_t}{K_t} = \frac{I_t}{Y_t} \frac{Y_t}{K_t} = \frac{s}{k} \quad ,$$

wobei I_t die Investitionen, K_t den Kapitalbestand, Y_t das Volkseinkommen, s die Sparquote und k den Kapitalkoeffizienten bezeichnen. Stetiges Wachstum erfordert also, daß

$$n = g = \frac{s}{k}$$

ist. "Since n, s and k are all independently determined, this will be possible only in a special case"[2]. Denn in einem Harrod-Domar-Modell findet kein Anpassungsprozeß der tatsächlichen an die natürliche Wachstumsrate statt; entweder existiert von Anfang an ein stetiges Wachstum oder es stellt sich überhaupt nicht ein. Wir werden im zweiten Kapitel ein Modell dieses Typs analysieren, wobei jedoch zwei wesentliche Modifikationen eingeführt werden, ohne daß die Konstanz der Koeffizienten aufgehoben wird. Das Wachstum der Arbeit wird nicht explizit berücksichtigt; deshalb wird auch der Begriff des stetigen Wachstums unter Ausschluß der Arbeit verwendet. Durch die Übertragung des Harrod-Domar-Konzepts auf r Länder ergibt sich über einen speziellen Anpassungsprozeß unter bestimmten Voraussetzungen trotzdem ein stetiger Wachstumspfad.

---

1) Vergl. dazu F.H.Hahn und R.C.O.Matthews, a.a.O., S.5. Diese Überlegungen beziehen sich auf ein Modell ohne Außenhandel.
2) F.H.Hahn und R.C.O.Matthews, a.a.O., S. 6. Das Symbol k in dem Zitat enspricht dem v bei Hahn und Matthews.

Die Struktur des Modells kann noch auf dreierlei Weise geändert werden, so daß sich im Zeitverlauf ein stetiges Wachstum einstellt, wenn dieses im Anfangszeitpunkt nicht gegeben ist[1]. Eine Möglichkeit besteht darin, daß man durch die Zulassung von Faktorsubstitutionalität variable Kapitalkoeffizienten erhält. Dadurch kann sich s/k an die natürliche Wachstumsrate der Arbeit anpassen. Wir werden diesen typisch neoklassischen Weg im dritten Kapitel einschlagen. Eine andere Möglichkeit besteht in der Einführung variabler Sparquoten. Schließlich kann der Anpassungsprozeß auch durch eine endogen bestimmte Wachstumsrate der Arbeit erreicht werden. Jedoch werden wir auf die beiden zuletzt genannten Fälle nicht eingehen.

Außer dem Problem der Anpassung der tatsächlichen an die natürliche Wachstumsrate stellt sich noch das der Angleichung von tatsächlicher und gewünschter Rate. Allerdings wird dieses Problem dadurch ausgeschaltet, daß die freiwilligen Investitionen immer gleich den freiwilligen Ersparnissen sind[2], wobei dann bei den von uns dargestellten Modellen noch die Exporte und Importe berücksichtigt werden müssen. Durch die Einführung variabler Produktionskoeffizienten wird zwar die Konvergenz von tatsächlicher und natürlicher, nicht jedoch zwischen tatsächlicher und gewünschter Wachstumsrate erreicht, wenn bereits in der Ausgangssituation Abweichungen existieren oder wenn später Störungen des Gleichgewichts auftreten. Auch im Rahmen einer Untersuchung langfristiger Zustände bedeutet die Tatsache, daß das mehr kurzfristige "knife-edge problem" nicht behandelt wird, insofern einen Einwand, als durch eine Divergenz zwischen tatsächlicher und gewünschter Rate Prozesse ausgelöst werden, die zu Störungen des stetigen Wachstums führen.

Abschließend soll noch auf zwei Probleme hingewiesen werden, die sich bei einem stetigen Wachstum ergeben. Der Produktionsfaktor Boden wird aus den Überlegungen völlig ausgeschlossen, und damit auch das Problem, daß sich bei gegebener Bodenausstattung und konstanter Technik abnehmende Grenzerträge der beiden Faktoren Kapital und Arbeit ergeben. Dazu bemerkt J.R. Hicks[3]: "to go back to innocence before diminishing returns is not a thing which one feels comfortable in doing." Hinzu kommt, daß ein stetiges Wachstum Homogenitätsannahmen erforderlich macht, und zwar nicht nur auf der Produktions- sondern auch auf der Konsum- bzw. Sparseite[4]. Die

---

1) F.H.Hahn und R.C.O. Matthews, a.a.O.,S.6 f.,S.9 ff.,S.15 ff.,S.23 ff.
2) F.H.Hahn und R.C.O. Matthews, a.a.O., S. 12.
3) J.R.Hicks, a.a.O., S. 134.
4) J.R.Hicks, a.a.O., S. 134.

Produktionsfunktionen, die in dieser Arbeit implizit oder explizit verwendet werden, sind linear-homogen. Das bedeutet, daß eine Erhöhung aller Inputs um einen bestimmten Prozentsatz zu einer prozentual gleichen Zunahme der Outputs führt. Es existieren also keine zu- und abnehmenden Niveaugrenzproduktivitäten. Bei einer solchen proportionalen Veränderung aller Faktoren bleibt das Durchschnitts- und Grenzprodukt der Faktoren konstant. Dies gilt sowohl für die bei den neoklassischen Wachstumsmodellen verwendeten Cobb-Douglas-Funktionen als auch für die im Harrod-Domar-Ansatz implizit enthaltenen Produktionsfunktionen mit fixen Produktionskoeffizienten[1]. Die in den Modellen verwendeten Spar- und Importfunktionen sind gleichfalls linear-homogen.

Das hier verwendete Konzept des stetigen Wachstums ist eine ziemlich extreme Gleichgewichtsvorstellung. Stetiges Wachstum setzt nämlich voraus, daß in diesem Zustand jegliche Strukturänderung ausgeschlossen ist, oder daß sich diese Anderungen innerhalb der einzelnen Aggregate kompensieren. Für langfristige Betrachtungen ist dies natürlich eine gravierende Einschränkung. Strukturänderungen treten jedoch bei der Anpassung an das langfristige Gleichgewicht auf; im Abschnitt 3345 des dritten Kapitels werden einige Aspekte dieser Probleme aufgegriffen.

14 HANDELSBEZIEHUNGEN ZWISCHEN LÄNDERN

Bei Modellen, die ökonomische Beziehungen zwischen Ländern berücksichtigen, müssen Hypothesen über die Bestimmungsgründe der Exporte und Importe eingeführt werden. In der folgenden Arbeit sind es zum einen Volkseinkommensgrößen, zum andern Güterpreise, die den Austausch der Güter determinieren. Allerdings schränkt die gewählte Modellstruktur die Möglichkeiten ein. So ist es bei hochaggregierten Modellen, in denen Volkseinkommensgrößen auftreten, wenig sinnvoll, Preise einzubeziehen, wenn das Modell nicht gleichzeitig durch Gleichungen erweitert wird, die den monetären Bereich beschreiben. Bei zwei- und mehrsektorigen Modellen ist es dagegen möglich, die Importe bzw. Exporte von Güterpreisen und/oder vom Volkseinkommen abhängig zu machen. Je nachdem nun aber Ein- oder Mehr-Länder-Modelle betrachtet werden, ergeben sich Unterschiede in bezug auf die Abhängigkeit der Exporte und Importe von den relevanten Größen.

---

1) Vergl. S. 16.

Während in Ein-Länder-Modellen im allgemeinen die Importe endogen und die Exporte exogen bestimmt werden, sind in Mehr-Länder-Modellen die Güterströme endogen determiniert, da die Exporte des einen Landes die Importe der anderen sind. Was die Mobilität der Güter und Produktionsfaktoren zwischen den Ländern anbetrifft, so unterstellen wir in allen Modellen, daß die Güter, seien es Konsum- oder Kapitalgüter[1)], völlig mobil sind, daß die Arbeit und investierte Kapitalgüter völlig immobil sind. Bei den investierten Kapitalgütern kann man von ex post-Immobilität sprechen.

---

1) Die Begriffe "Kapitalgüter" und "Investitionsgüter" werden im folgenden synonym gebraucht.

2 AUSSENHANDEL UND WIRTSCHAFTLICHES WACHSTUM AUF DER GRUNDLAGE VON HARROD-DOMAR-MODELLEN

21 VORBEMERKUNGEN

Wachstumsmodelle mit Außenhandel auf der Grundlage von Harrod-Domar-Modellen haben schon eine längere Tradition. Den wohl ersten Versuch, Exporte und Importe in Ein- und Zwei-Länder-Wachstumsmodelle einzubeziehen, unternahm H.G. Johnson[1] bereits im Jahre 1953 in seinem bekannten Aufsatz über Gleichgewichtswachstum in offenen Volkswirtschaften. Dieser Modellansatz wurde später in mannigfacher Weise abgewandelt. Während es Johnson darum ging, die langfristige Entwicklung der Modellvariablen zu bestimmen, lag das Schwergewicht der späteren Versuche mehr in der wirtschaftspolitischen Nutzbarmachung dieses Ansatzes, wobei kurz- und mittelfristige Probleme im Vordergrund standen; der zuletzt genannte Problemkreis wird uns aber nicht weiter beschäftigen[2]. Wir werden uns vielmehr im folgenden mit dem langfristigen Verhalten der Modellvariablen befassen und dabei versuchen, ausgehend von der möglichst allgemeinen Formulierung eines Grundmodells, durch Ergänzungen und Modifizierungen zu Erweiterungen und zu Spezialfällen zu gelangen. Das Grundmodell ist ein aus r Ländern bestehendes Wachstumsmodell mit einem Konsum- und einem Investitionsgütersektor in jedem Land. Die Beziehungen zwischen den Ländern beschränken sich auf den Austausch von Konsum- und Investitionsgütern, dessen Umfang vom Volkseinkommen bzw. von Volkseinkommensänderungen und von im Zeitverlauf konstanten Parametern abhängig ist. Wir unterstellen außerdem konstante Preise, so daß die Variablen der Modelle realwirtschaftliche Zusammenhänge angeben. Nach der Analyse des Grundmodells werden wir konstante und wachsende autonome Grössen (Konsum- und Investitionsausgaben) berücksichtigen und deren Auswirkungen untersuchen. Dann gehen wir auf Fragen ein, die sich bei Änderungen der Modellstruktur ergeben. Den Abschluß bilden einige dogmengeschichtliche Anmerkungen.

---

1) H.G.Johnson, Equilibrium Growth in an International Economy, in: H.G. Johnson, International Trade and Economic Growth, London 1958, S.120 ff. zuerst veröffentlicht in: Canadian Journal of Economics and Political Science, Vol.XIX, 1953, S.478-500. Die folgenden Zitate beziehen sich auf die Buchveröffentlichung.

2) Wir kommen in Abschnitt 25 nochmals kurz darauf zurück.

22 DAS GRUNDMODELL

221 Modellstruktur und Modellhypothesen

Bevor wir das Modell formulieren, ist es zunächst erforderlich, die Beziehungen zwischen den am Handel beteiligten Ländern darzustellen. Für wachstumstheoretische Überlegungen erweist es sich als besonders günstig, die in einer Volkswirtschaft produzierten Güter in Konsum- und Investitionsgüter aufzuteilen. Allerdings ist es dazu nicht notwendig - wie bei allen Harrod-Domar-Modellen - ein echtes zweisektoriges Modell zu konzipieren; vielmehr genügt es, die Voraussetzung einzuführen, daß der Output gleicherweise zum Konsum und für Investitionen verwendet werden kann, daß also eine vollständige Substituierbarkeit zwischen Konsumgüter- und Kapitalgüterproduktion besteht[1]. Diese Annahme läuft darauf hinaus, daß ein Gut mit zwei Verwendungsmöglichkeiten hergestellt wird, oder daß für beide Güter dieselbe Produktionsfunktion existiert. Es handelt sich hier also um den Grenzfall eines Zwei-Sektoren-Modells.

Jedes der r am internationalen Handel beteiligten Länder tausche nun mit jedem der anderen r-1 Lander sowohl Konsum- als auch Investitionsgüter aus. Die Konsumgüterproduktion eines Landes setzt sich demnach aus den im Inland verbrauchten und den exportierten Konsumgütern zusammen[2]. Für beide Teile des Konsums nehmen wir, wie üblich, eine lineare Abhängigkeit vom inländischen bzw. vom Volkseinkommen der r-1 anderen Länder an. Unter der weiteren Voraussetzung, daß die Nachfrage nach Konsumgütern von dem Volkseinkommen derselben Periode abhängt, ergibt sich für die Konsumgüterproduktion des Landes i

$$22.1 \qquad C^P_{i,t} = c_{ii} Y_{i,t} + \sum_j c_{ij} Y_{j,t} \qquad (j=1,\ldots r; j \neq i) ,$$

wobei $C^P_{i,t}$ die gesamte Konsumgüterproduktion, $Y_{j,t}$ das Volkseinkommen der r Länder, c_{ii} die konstante durchschnittliche inländische Konsumquote für im Inland erzeugte Konsumgüter und c_{ij} die konstante durchschnittliche ausländische Importquote für Konsumgüter, die im Land i erzeugt werden (Exporte des Landes i), bedeuten. Die Beziehung läßt sich für r Länder wie folgt schreiben

---

1) J.E.Meade, A Neo-Classical Theory of Economic Growth, London 1962 (Revised Second Edition),S.6. Dort charakterisiert Meade eine Wirtschaft, in der diese Annahme gilt, folgendermaßen: "The economy produces cows which may be eaten as meat or used as instruments of production to produce more cows".

2) Dies impliziert, daß die nachgefragten gleich den angebotenen Konsumgütern sind.

$$
\begin{aligned}
C^P_{1,t} &= c_{11}Y_{1,t} + c_{12}Y_{2,t} + \dots + c_{1r}Y_{r,t} \\
C^P_{2,t} &= c_{21}Y_{1,t} + c_{22}Y_{2,t} + \dots + c_{2r}Y_{r,t} \\
&\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
C^P_{r,t} &= c_{r1}Y_{1,t} + c_{r2}Y_{2,t} + \dots + c_{rr}Y_{r,t}
\end{aligned}
\tag{22.2}
$$

oder in Matrizenform[1)]

$$C^P_t = c\, Y_t \quad . \tag{22.3}$$

Für zwei Länder ergibt sich

$$
\begin{aligned}
C^P_{1,t} &= c_{11}Y_{1,t} + c_{12}Y_{2,t} \\
C^P_{2,t} &= c_{21}Y_{1,t} + c_{22}Y_{2,t}
\end{aligned}
\tag{22.4}
$$

oder

$$\begin{bmatrix} C^P_{1,t} \\ C^P_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} \quad . \tag{22.5}$$

Die beiden zuletzt angegebenen Formulierungen machen besonders deutlich, daß die Konsumgüterproduktion teilweise im Inland, teilweise für den Export verwendet wird.

Analog läßt sich der Austausch der Investitionsgüter beschreiben. Die Investitionsgüterproduktion des Landes i, $I^P_{i,t}$, wird im Inland, $I_{ii,t}$, und zum Export in r-1 Länder, $I_{ij,t}$, verwendet; es gilt also

$$I^P_{i,t} = I_{ii,t} + \sum_j I_{ij,t} \qquad (j=1,\dots,r;\, j\neq i) \quad . \tag{22.6}$$

Wir nehmen an, daß die produzierten Investitionsgüter auch angeboten und nachgefragt werden. Die Investitionen führen zu einer Veränderung der Produktionskapazität, die sich als eine Zunahme der Einkommen zwischen der jetzigen und der darauf folgenden Periode zeigt[2)]. Die Investitionsgüterproduktion des Landes i läßt sich dann auch wie folgt schreiben

---

1) Zur Analyse und zur Ableitung der Wachstumspfade der Variablen bedienen wir uns meist der Matrizenrechnung, die für die Lösung simultaner Gleichungssysteme - und darum handelt es sich bei Mehr-Länder-Modellen mit gegenseitigem Güteraustausch - besonders gut geeignet ist. Wir werden im folgenden die Matrizenschreibweise (22.3) oder (22.5) oder die explizite Darstellung der Gleichungen (22.2) oder (22.4) verwenden. Matrizen werden entweder durch rechteckige Klammern (22.5) oder durch kleine und große Buchstaben ohne Indices (22.3) (außer Zeitindices) gekennzeichnet.

2) Diese Annahme impiziert die Vollbeschäftigung der Kapitalausstattung.

22.7 $$I^P_{i,t} = k_{ii}(Y_{i,t+1}-Y_{i,t}) + \sum_j k_{ij}(Y_{j,t+1}-Y_{j,t}) \quad (j=1,\ldots,r;j\neq i) ,$$

wobei die partiellen Kapitalkoeffizienten als $k_{ij} = \frac{I_{ij,t}}{Y_{j,t+1}-Y_{j,t}}$ definiert sind. Wir werden im folgenden immer unterstellen, daß die marginalen gleich den durchschnittlichen partiellen Kapitalkoeffizienten sind. Für r Länder ergibt sich das folgende System

22.8
$$\begin{aligned}
I^P_{1,t} &= k_{11}(Y_{1,t+1}-Y_{1,t}) + \ldots + k_{1r}(Y_{r,t+1}-Y_{r,t}) \\
I^P_{2,t} &= k_{21}(Y_{1,t+1}-Y_{1,t}) + \ldots + k_{2r}(Y_{r,t+1}-Y_{r,t}) \\
&\ldots \quad\quad \ldots \quad\quad\quad\quad \ldots \quad \ldots \\
I^P_{r,t} &= k_{r1}(Y_{1,t+1}-Y_{1,t}) + \ldots + k_{rr}(Y_{r,t+1}-Y_{r,t})
\end{aligned}$$

und in Matrizenschreibweise

22.9 $$I^P_t = k\,(Y_{t+1} - Y_t) .$$

Mit den Gleichungen (22.3) und (22.9) haben wir zwei zentrale Bauelemente des Modells, die den Austausch der Konsumgüter und Investitionsgüter beschreiben.

Zur Interpretation dieser Gleichungen, insbesondere aber zur zeitlichen Verknüpfung der Variablen, die aus verschiedenen Gründen von Bedeutung ist, seien noch einige Bemerkungen gemacht. Scheidet man Differentialgleichungen aus, dann bleibt weiter die Frage, mit welchen Verzögerungen die einzelnen Variablen in den Differenzengleichungen zu verknüpfen sind. Nun bedeutet die Einführung von lags noch nicht ohne weiteres eine Zunahme der Realitätsnähe eines Modells. Wir wollen die lags jedoch so wählen, daß sich Differenzengleichungen erster Ordnung ergeben, damit bei der Lösung nicht zu große mathematische Schwierigkeiten entstehen.

Von der zeitlichen Verknüpfung zwischen Investitionen und Einkommensänderungen hängt es ab, ob diese Beziehungen als Investitionsfunktionen oder als Gleichungen für den Kapazitätseffekt der Investitionen zu interpretieren sind[1]. Scheidet man $I_t = k\,(Y_t - Y_{t-1})$ als unrealistisch[2)3)]

---

1) Vergl.A.E. Ott, Einführung in die dynamische Wirtschaftstheorie, Göttingen 1963, S. 213-214.
2) Vergl.A.E. Ott, a.a.O.,S.213. Diese Funktion läßt sich zwar sowohl als Investitionsfunktion als auch als Gleichung für den Kapazitätseffekt interpretieren, doch ist wohl in beiden Fällen das Zeitintervall zwischen Ursache und Wirkung zu kurz; vergl.A.E.Ott,a.a.O.,S.213.
3) Die Symbole in den folgenden Ausführungen, einschließlich Gleichung (22.12), sind keine Matrizen und Vektoren.

aus, dann bleiben zwei Möglichkeiten. Die Funktion $Y_{t+1}-Y_t = \frac{1}{k} I_t$ "... läßt sich eindeutig nur als Gleichung für den Kapazitätseffekt der Investitionen auffassen", während die Beziehung $I_t = k (Y_{t-1}-Y_{t-2})$ "ganz eindeutig nur eine Akzeleratorgleichung sein kann"[1]. Wir verwenden im folgenden die erste Möglichkeit; diese kann aber auch im Sinne einer Verhaltensbeziehung interpretiert werden. Die Investitionen bzw. die damit identische Investitionsgüterproduktion hängt vom erwarteten Einkommenszuwachs zwischen der gegenwärtigen und der folgenden Periode ab. Dabei wird unterstellt, daß die erwartete mit der tatsächlichen Einkommensentwicklung übereinstimmt. Diese Hypothese ist in gewisser Hinsicht eine Umkehrung des Akzelerationsprinzips, das davon ausgeht, daß die Investitionen von zurückliegenden Einkommensänderungen abhängen.

Für die zeitliche Verknüpfung des Sparens bzw. des Konsums mit dem Volkseinkommen bietet sich $S_t = sY_t$, also keine Verzögerung, und $S_t = sY_{t-1}$, eine einperiodige Verzögerung, an. Im zweiten Fall erhält man unter der Bedingung $I_t = S_t$, ohne Rücksicht auf die lags bei den Investitionen, ein Volkseinkommenswachstum von null[2]. Diese Konsequenzen ergeben sich auch in einem Außenhandelsmodell, wenn Sparen und Importe mit einer Periode verzögert sind. Anstelle von $I_t = S_t$ gilt jetzt die Gleichgewichtsbedingung $I_t + X_t = S_t + M_t$. Wir gehen von der Definitionsgleichung des Volkseinkommens

22.10 $$Y_t = C_t + I_t + X_t - M_t$$

aus und setzen die Beziehungen für Konsum, $C_t = (1-s)Y_{t-1}$, Investitionen, $I_t = k(Y_{t+1}-Y_t)$, und Importe, $M_t = mY_{t-1}$, ein; man erhält

22.10a $$Y_t = (1-s)\, Y_{t-1} + k\,(Y_{t+1} - Y_t) + X_t - m\, Y_{t-1}\,.$$

Da $I_t + X_t = S_t + M_t$ gelten soll, kann man die Gleichung (22.10a) auch folgendermaßen schreiben

$$Y_t = (1-s)\, Y_{t-1} + S_t + M_t - m\, Y_{t-1}$$

22.11 $$Y_t = (1-s)\, Y_{t-1} + s\, Y_{t-1} + m\, Y_{t-1} - m\, Y_{t-1}$$

$$Y_t = Y_{t-1}\,.$$

Sind also die Import- und Sparfunktionen mit einer Periode verzögert, dann wächst das Volkseinkommen nicht, sofern die Bedingung $X_t + I_t = S_t + M_t$

---

1) A.E.Ott, a.a.O., S.213. Vergl. dazu auch K.Oppenländer, Die moderne Wachstumstheorie, Eine kritische Untersuchung der Bausteine [illegible] Gleichgewichtskonzeption und der Wirklichkeitsnähe, Berlin-[illegible] ff.

2) Vergl. P.Reiter, Außenhandel und wirtschaftliches Wachstum, Dissertation München 1959, S.27 ff., insbes. S.37; außerdem A.E.Ott, a.a.O., S.213 ff.

gilt. Wir haben also in einer Volkswirtschaft mit Außenhandel dasselbe Ergebnis wie in einer geschlossenen Volkswirtschaft; dabei ist die gewählte Datierung bei den Investitionen ohne Einfluß. Damit das Volkseinkommen bei solchen Spar- und Importfunktionen wachsen kann, muß die Bedingung

22.12 $$I_t + X_t > S_t + M_t$$

gelten, d.h. daß ein "proper excess of investment (and exports) over saving (and imports)" [1] existieren muß. Um den mit dieser Ungleichgewichtsbedingung verbundenen Schwierigkeiten zu entgehen, verwenden wir in unseren Modellen unverzögerte Spar- und Importfunktionen.

Ein kurzer Hinweis auf die produktionstheoretischen Grundlagen ist noch notwendig. In die Modellbetrachtungen wird zwar explizit keine Produktionsfunktion einbezogen, doch können die Zusammenhänge in der Weise interpretiert werden, daß eine Produktionsfunktion mit limitationalen Produktionsfaktoren in den Modellen vom Harrod-Domar-Typ implizit enthalten ist; zwischen Kapitalbestand bzw. Arbeitseinsatz und Output bestehen konstante Relationen[2]. Wenn mit k Einheiten Kapital und a Einheiten Arbeit eine Einheit des Outputs produziert werden kann, dann gelten folgende Beziehungen

$$k = \frac{K_t}{Y_t} \qquad \text{oder } Y_t = \frac{K_t}{k}$$

$$a = \frac{A_t}{Y_t} \qquad \text{oder } Y_t = \frac{A_t}{a} \quad .$$

Werden beide Produktionsfaktoren benötigt, bestimmt, bei einer gegebenen Faktorausstattung, der Engpaßfaktor den Output Y_t; es wird nun unterstellt, daß der Produktionsfaktor Arbeit so reichlich vorhanden ist, daß das Kapital der Engpaßfaktor ist, mit der Konsequenz, daß dauernd Arbeitslosigkeit herrscht. Die "Produktionsfunktion" erhält dann folgendes Aussehen

$$Y_t = \frac{K_t}{k} \quad .$$

---

1) D.Hamberg, Investment and Saving in a Growing Economy, in: Review of Economics and Statistics, Vol. XXXVII,1955, S.196-201. Die Satzteile in Klammern wurden eingefügt.

2) Vergl. z.B. R.Richter, "Harrod-Wachstum" und "Solow-Wachstum", ein Vergleich, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 121. Band, 1965, S.236-237. Zu bemerken ist, daß diese Interpretation Harrod nicht ganz gerecht wird; in seinen Überlegungen spielt sowohl die Möglichkeit der Substitutionalität als auch die des technischen Fortschritts eine Rolle. Vergl. G.Bombach, Artikel: Wirtschaftswachstum, in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Band 12, Stuttgart usw. 1965, S. 781 f.

Da wir annehmen, daß die marginalen gleich den durchschnittlichen Kapitalkoeffizienten sind, gelten diese Überlegungen auch für die Relation, die den Kapazitätseffekt der Investitionen angibt.

222 Ableitung des Grundmodells

Zur Ableitung des Grundmodells, das wir in Volkseinkommensgrößen darstellen wollen, müssen die oben beschriebenen Güterströme in die Volkseinkommensrechnung einbezogen werden[1]. Das Volkseinkommen im Lande i mit Außenhandel ist definiert als

$$22.13 \qquad Y_{i,t} = C_{i,t} + I_{i,t} + X_{i,t} - M_{i,t} \,,$$

wobei $C_{i,t}$ den inländischen Konsum, $I_{i,t}$ die Investitionen im Inland, $X_{i,t}$ die Exporte und $M_{i,t}$ die Importe bezeichnen. Um die Beziehung zwischen dieser Einkommensgleichung und den Handelsströmen herstellen zu können, muß in Gleichung (22.13) die Herkunft der Güter berücksichtigt werden. Da der Konsum und die Investitionen sowohl Güter aus inländischer als auch aus ausländischer Produktion enthalten, lassen sie sich folgendermaßen aufspalten

$$22.14 \qquad C_{i,t} = C_{in,t} + C_{im,t}$$

$$22.15 \qquad I_{i,t} = I_{in,t} + I_{im,t} \,,$$

wobei der Index n die Güter aus inländischer Produktion und der Index m importierte Güter bezeichnet. Die Importe betragen dann für das Land i

$$22.16 \qquad M_{i,t} = C_{im,t} + I_{im,t}$$

und die inländischen Ausgaben für im Inland erzeugte Güter

$$22.17 \qquad E_{in,t} = C_{in,t} + I_{in,t} \,.$$

Setzt man die Beziehungen (22.14), (22.15) und (22.16) in die Gleichung (22.13) ein, dann ergibt sich

$$Y_{i,t} = C_{in,t} + C_{im,t} + I_{in,t} + I_{im,t} + X_{i,t} - C_{im,t} - I_{im,t}$$

$$22.18 \qquad Y_{i,t} = C_{in,t} + I_{in,t} + X_{i,t}$$

---

1) Vergl. dazu J.Vanek, a.a.O., S.40; J.Airov, The Construction of Interregional Business Cycle Models, in: Journal of Regional Science, Vol. 5, 1963, S. 2-3.

oder mit Gleichung (22.17)

22.19 $$Y_{i,t} = E_{in,t} + X_{i,t} \cdot$$

Das Volkseinkommen ist also gleich den inländischen Ausgaben für im Inland hergestellte Güter und den Exporten.

Überträgt man obige Überlegungen auf r Länder, dann lassen sich die Exporte des Landes i als

$$X_{i,t} = \sum_{j} X_{ij,t} \qquad (j=1,\ldots,r;\, j\neq i)$$

schreiben, wobei $X_{ij,t}$ die Exporte des Landes i in das Land j bezeichnen. Für die Volkseinkommen der r Länder folgt

22.20
$$\begin{aligned}
Y_{1,t} &= E_{1n,t} + X_{12,t} + X_{13,t} + \cdots + X_{1r,t} \\
Y_{2,t} &= X_{21,t} + E_{2n,t} + X_{23,t} + \cdots + X_{2r,t} \\
&\cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\
Y_{r,t} &= X_{r1,t} + X_{r2,t} + X_{r3,t} + \cdots + E_{rn,t} \cdot
\end{aligned}$$

Die Summe einer Zeile ist gleich dem Volkseinkommen in den einzelnen Ländern.

Die Verbindung zwischen der volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung und den im letzten Abschnitt beschriebenen Güterströmen läßt sich nun leicht herstellen, wenn man berücksichtigt, daß die inländischen Ausgaben für im Inland hergestellte Güter, $E_{in,t} = C_{in,t} + I_{in,t}$, dem Konsumgüterstrom, $c_{ii}Y_{i,t}$, und dem Investitionsgüterstrom, $k_{ii}(Y_{i,t+1}-Y_{i,t})$, entsprechen und die Exporte, $X_{i,t}$, gleich der Summe aus $\sum_j k_{ij}(Y_{j,t+1}-Y_{j,t})$ und $\sum_j c_{ij}Y_{j,t}$, d.h. den Investitionsgüter- und Konsumgüterexporten, sind[1]. Berücksichtigt man diese Beziehungen in den Gleichungen (22.20), dann ergibt sich für die Volkseinkommen der r Länder

22.21
$$\begin{aligned}
Y_{1,t} &= c_{11}Y_{1,t}+\cdots+c_{1r}Y_{r,t} + k_{11}(Y_{1,t+1}-Y_{1,t})+\cdots+k_{1r}(Y_{r,t+1}- \\
Y_{2,t} &= c_{21}Y_{1,t}+\cdots+c_{2r}Y_{r,t} + k_{21}(Y_{1,t+1}-Y_{1,t})+\cdots+k_{2r}(Y_{r,t+1}- \\
&\cdots \quad \cdots \quad \cdots \cdots \quad \cdots \quad \cdots \cdots \\
Y_{r,t} &= c_{r1}Y_{1,t}+\cdots+c_{rr}Y_{r,t} + k_{r1}(Y_{1,t+1}-Y_{1,t})+\cdots+k_{rr}(Y_{r,t+1}-
\end{aligned}$$

oder

22.22 $$Y_t = c\,Y_t + k\,(Y_{t+1} - Y_t)$$

---

1) Vergl. dazu die Gleichungen (22.1), (22.7) und (22.18).

Für den Zwei-Länder-Fall erhält man

22.22a $$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t+1} - Y_{1,t} \\ Y_{2,t+1} - Y_{2,t} \end{bmatrix} .$$

Es ist also ohne weiteres möglich, den oben beschriebenen Modellansatz in die volkswirtschaftliche Gesamtrechnung einzubeziehen. Das Volkseinkommen eines Landes ist durch die inländischen Ausgaben für die im Inland produzierten und verwendeten, sowie den im Inland erzeugten und exportierten Konsum- und Investitionsgüter gegeben. Diese Formulierung der Volkseinkommen in den Gleichungssystemen (22.21), (22.22) oder (22.22a), die wir als Grundmodell bezeichnen, verwenden wir für die weitere Analyse. Die formale Struktur des Grundmodells zeigt ein großes Maß an Übereinstimmung mit dynamischen Leontiefschen Input-Output-Modellen[1], bei denen zwischen "current flows" und "stock flows" unterschieden wird. Erstere entsprechen den Konsumgüter-, letztere den Kapital- bzw. Investitionsgüterströmen. Ähnliche Modellstrukturen finden sich bei bestimmten regionalen Wachstumsmodellen[2], sofern sie zwischen dem Austausch von Konsum- und Investitionsgütern zwischen den Regionen unterscheiden.

223 Die allgemeine Lösung des Grundmodells

2231 Die Wachstumspfade der Volkseinkommen in den einzelnen Ländern

Die Wachstumspfade der Volkseinkommen könnten nun entweder für ein Zwei-Länder- oder für ein r-Länder-Modell bestimmt werden. Selbst im einfachsten Fall des Zwei-Länder-Modells erweist es sich jedoch als außerordentlich schwierig, zu einer analytischen Lösung zu gelangen[3]; außerdem ist es wahrscheinlich nicht möglich, aus einer solchen Lösung Schlußfolgerungen zu ziehen. Wir versuchen deshalb mit einer allgemeinen Lösung einige Eigenschaften der Volkseinkommenswachstumspfade sichtbar zu machen. Bei dem Grundmodell handelt es sich um ein System homogener Differenzengleichungen erster Ordnung; d.h. die Gleichungen enthalten keine autonomen

---

1) Vergl. die Formulierung eines dynamischen Leontiefschen Input-Output-Modells bei R.G.D.Allen, Mathematical Economics, 2.Aufl.,New York 1959, S.489.

2) Vergl. z.B. H.Klimesch, Beiträge zu einer regionalen Wachstumstheorie, Dissertation Tübingen 1966; ferner J.Airov, a.a.O., S. 1 ff.

3) H.Klimesch, a.a.O., S. 58 ff., verzichtete auf die allgemeine Lösung und beschränkte sich auf numerische Beispiele.

Glieder und die zeitlichen Verzögerungen betragen maximal eine Periode. Die Entwicklung der Volkseinkommen in den einzelnen Ländern erhalt man durch Integration der Differenzengleichungen, d.h. durch Bestimmung der Wachstumspfade der Volkseinkommen der einzelnen Länder. Dann lassen sich ohne weiteres die anderen Größen, wie z.B. Exporte, Importe, ableiten, da sie mit dem Volkseinkommen linear verbunden sind.
Wir gehen vom allgemeinen Gleichungssystem in Matrizenform aus (Gleichungen (22.22)). Daraus ergibt sich durch Auflösung nach Y_{t+1}

$$22.23 \qquad Y_{t+1} = [I + k^{-1}(I-c)]\,Y_t \ ,$$

wobei I die Einheitsmatrix bezeichnet. Analog zu den Methoden bei gewöhnlichen Differenzengleichungen sucht man hier eine Lösung der Form[1)]

$$22.24 \qquad Y_t = [I + k^{-1}(I-c)]^t\, B \ ,$$

wobei der Vektor B durch die Anfangsbedingungen bestimmt ist. Mit dem Vektor B und der Matrix $I + k^{-1}(I-c)$ lassen sich die Volkseinkommenspfade aller am Handel beteiligten Länder bestimmen, indem man die Potenzen der Matrix bildet und mit dem Vektor B multipliziert. Da jedoch die Berechnung der Potenzen einer Matrix äußerst aufwendig ist, bedient man sich der Tatsache, daß einerseits die Potenzierung von Diagonalmatrizen einfach ist, daß andererseits eine quadratische Matrix, z.B. $I + k^{-1}(I-c)$, durch Ähnlichkeitstransformation in eine Diagonalmatrix umgewandelt werden kann[2)]. Der Hauptzweck, den wir mit dieser Ähnlichkeitstransformation verfolgen, ist jedoch, einige Eigenschaften der Wachstumspfade der Volkseinkommen sichtbar zu machen.

Die Potenz einer Diagonalmatrix läßt sich folgendermaßen berechnen

$$22.25 \qquad d^t = \begin{pmatrix} d_1^t & o & \dots & o \\ o & d_2^t & \dots & o \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ o & o & \dots & d_r^t \end{pmatrix} \ .$$

Andererseits wird die Matrix $k^{-1}(I-c)$ einer anderen, hier einer Diagonalmatrix, als ähnlich bezeichnet, wenn folgende Beziehung gilt

$$22.26 \qquad d = F^{-1}\, k^{-1}(I-c)\, F \quad \text{oder} \quad Fd = k^{-1}(I-c)\, F \ ,$$

---

1) Vergl. dazu S.Goldberg, Introduction to Difference Equations, New York 1958, S. 222-223; J. Airov, a.a.O., S. 10.
2) Vergl. zum folgenden S.Goldberg, a.a.O., S. 223 ff.

wobei F eine Modalmatrix bezeichnet, deren Bestimmung gleich näher beschrieben wird. Daraus folgt

22.27 $\quad F\, d\, F^{-1} = k^{-1}(I-c)$.

Es läßt sich ferner zeigen, daß

22.28 $\quad F\, d^t\, F^{-1} = \left[k^{-1}(I-c)\right]^t$

ist. Es genügt also zur Ermittlung von $\left[k^{-1}(I-c)\right]^t$ die Diagonalmatrix d^t und die beiden Matrizen F und F^{-1} zu bestimmen.

Dazu bedient man sich des Konzepts der charakteristischen Wurzeln (Eigenwerte) und den damit verbundenen charakteristischen Vektoren (Eigenvektoren), die aus der charakteristischen Gleichung ermittelt werden. Wenn F die Modalmatrix, die aus den charakteristischen Vektoren zusammengesetzt ist, und d die Diagonalmatrix der charakteristischen Wurzeln der Matrix $k^{-1}(I-c)$ ist, dann gilt

22.29 $\quad k^{-1}(I-c)F = dF$.

Daraus folgt

22.30 $\quad \left[k^{-1}(I-c) - dI\right] F = 0$.

Dieses System hat nur dann eine nichttriviale Lösung, wenn die Determinante

22.31 $\quad |k^{-1}(I-c) - dI| = 0$

ist. Durch Auflösung ergeben sich r charakteristische Wurzeln $d_1 \ldots d_r$. Setzt man diese in (22.30) ein, dann erhält man die r dazugehörigen charakteristischen Vektoren $F_1 \ldots F_r$ und die daraus gebildete Modalmatrix F. Wenn nun $k^{-1}(I-c)$ der Diagonalmatrix d ähnlich ist, was sich beweisen läßt[1], "... then the columns of matrix F are characteristic vectors of $k^{-1}(I-c)$ and the diagonal elements of d are the corresponding characteristic roots of $k^{-1}(I-c)$"[2].

Nun folgt aus (22.27) unter Berücksichtigung der Matrix der Gleichungen (22.23)

22.32 $\quad I + k^{-1}(I-c) = F(I+d)F^{-1}$.

---

1) Vergl. für einen Beweis G.Birkhoff and S.MacLane, A Survey of Modern Algebra, rev.ed., New York 1953, S. 327; zitiert bei S.Goldberg, a.a.O., S. 228, Fn. 1.
2) S.Goldberg, a.a.O., S. 226. Die Symbole wurden verändert; im Original kursiv.

Wegen (22.28) läßt sich (22.32) wie folgt schreiben

$$22.33 \qquad \left[I + k^{-1}(I-c)\right]^t = F(I+d)^t F^{-1} .$$

Setzt man diesen Ausdruck in (22.24) ein, dann erhält man als Lösung für das simultane Gleichungssystem (22.22)

$$22.34 \qquad Y_t = F(I+d)^t F^{-1} B .$$

Anstelle der (t-1)-fachen Matrizenmultiplikation bei der Ermittlung der Volkseinkommen für die r Länder zum Zeitpunkt t genügt es jetzt, die Potenz der Diagonalmatrix der charakteristischen Wurzeln mit der Modalmatrix bzw. ihrer Kehrmatrix zu multiplizieren[1]. Damit die Expansionspfade der einzelnen Länder bestimmt werden können, müssen noch die beliebigen Konstanten B festgelegt werden. Es läßt sich nun zeigen, daß die Zahl der beliebigen Konstanten gleich der Zahl der Anfangsbedingungen ist[2]. Die beliebigen Konstanten lassen sich für den Anfangszeitpunkt t = 0 mit dem Vektor der Anfangseinkommen Y_o bestimmen

$$22.35 \qquad Y_o = F(I+d)^o F^{-1} B .$$

Daraus folgt

$$22.36 \qquad Y_o = B$$

und mit (22.34)

$$22.37 \qquad Y_t = F(I+d)^t F^{-1} Y_o .$$

Mit diesen Gleichungen sind die Wachstumspfade der Volkseinkommen eindeutig festgelegt.

Damit die Eigenschaften dieser Lösung deutlicher werden, bedarf es noch einiger Umformungen. Wenn r Länder am internationalen Handel beteiligt sind, dann läßt sich (22.37) auch wie folgt schreiben

$$22.39 \qquad \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_{r,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1r} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2r} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ f_{r1} & f_{r2} & \cdots & f_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (1+d_1)^t & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (1+d_2)^t & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ 0 & 0 & \cdots & (1+d_r)^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1r} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2r} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ f_{r1} & f_{r2} & \cdots & f_{rr} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{1,o} \\ Y_{2,o} \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_{r,o} \end{bmatrix}$$

---

1) Die Berechnungen sind jedoch keineswegs ganz einfach.
2) W.J.Baumol, Economic Dynamics,2nd ed.,New York 1959,S.349, verweist auf E.L.Ince, Ordinary Differential Equations, New York 1927, Abschnitt 5.5.

oder

$$22.40 \qquad \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ . \\ . \\ Y_{r,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ . \\ . \\ f_{r1} \end{bmatrix} (1+d_1)^t (Y_{1,o} f'_{11} + \ldots + Y_{r,o} f'_{1r}) + \ldots + \begin{bmatrix} f_{1r} \\ f_{2r} \\ . \\ . \\ f_{rr} \end{bmatrix} (1+d_r)^t (Y_{1,o} f'_{r1} + \ldots + Y_{r,o} f'_{rr}) \quad ,$$

wobei f'_{ij} die Elemente der inversen Matrix von F bedeuten. Es zeigt sich, daß alle Anfangswerte der Volkseinkommen der r Länder, $Y_{1,o} \ldots Y_{r,o}$, in die Bestimmungsgleichung für das Volkseinkommen eines jeden Landes eingehen. Außerdem werden die Wachstumspfade der Volkseinkommen durch dieselben Wachstumsfaktoren, $(1+d_1) \ldots (1+d_r)$, bestimmt.

Daraus lassen sich einige interessante Ergebnisse ableiten. Das Verhalten des Volkseinkommens der r Länder hängt auf lange Sicht vom dominierenden Wachstumsfaktor ab, d.h. von derjenigen charakteristischen Wurzel, die den größten absoluten Wert hat. Ist z.B. $(1+d_1)$ absolut am größten, dann folgt für großes t und $(1+d_j) < 1$ $(j=2,\ldots r)$

$$22.41 \qquad \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ . \\ . \\ Y_{r,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ . \\ . \\ f_{r1} \end{bmatrix} (1+d_1)^t (Y_{1,o} f'_{11} + \ldots + Y_{r,o} f'_{1r}) \quad .$$

Daraus sieht man leicht, daß das System gegen einen Zustand strebt, bei dem das Verhältnis zwischen den Volkseinkommen der Länder konstant ist, so daß gilt

$$22.42 \qquad Y_{1,t} : Y_{2,t} : \ldots : Y_{r,t} = f_{11} : f_{21} : \ldots : f_{r1} \quad .$$

Das heißt, daß das Verhältnis zwischen den Volkseinkommen der Länder langfristig durch den Spaltenvektor der Modalmatrix, der mit der dominierenden charakteristischen Wurzel verbunden ist, bestimmt wird. In diesem Endzustand erhält man z.B. für die Wachstumsrate des Landes 1

$$22.43 \qquad \frac{Y_{1,t+1} - Y_{1,t}}{Y_{1,t}} = \frac{\left[(1+d_1)^{t+1} - (1+d_1)^t\right] f_{11} (Y_{1,o} f'_{11} + \ldots + Y_{r,o} f'_{1r})}{(1+d_1)^t f_{11} (Y_{1,o} f'_{11} + \ldots + Y_{r,o} f'_{1r})} = d_1 \quad .$$

Für die anderen Länder ergeben sich gleiche Wachstumsraten, so daß diese für großes t in allen Ländern übereinstimmen.

Das Verhalten der Wachstumspfade der Volkseinkommen in den einzelnen Ländern hängt von d_1 bzw. $1+d_1$ ab. Ist $1+d_1 > 1$, dann ergibt sich ein monoton Ansteigen der Volkseinkommen in den einzelnen Ländern. Ist dagegen $0 < 1+d_1 < 1$, dann streben die Volkseinkommen einem bestimmten Wert zu, in unserem Fall gegen null; in realistischeren Modellen wird der Endwert durch die autonom gegebenen Größen bestimmt. Ein konjungiert-komplexes d_1 kann zu Oszillationen führen, die gedämpft verlaufen oder dauernd zunehmen können.

2232 Die Entwicklung der Exporte, der Importe und der Handelsbilanzen

Es stellt sich nun weiter die Frage, wie sich die anderen Variablen des Modells langfristig entwickeln. Da die Expansionspfade der Volkseinkommen in den einzelnen Ländern festliegen, ist es infolge der linearen Beziehungen zwischen den Modellvariablen relativ einfach, auch die zeitliche Entwicklung dieser Variablen zu bestimmen.

Die Exporte von Land i sind durch die Einkommensentwicklung in den andern Ländern bestimmt; es gilt[1)]

22.44 $$X_{i,t} = \sum_j c_{ij} Y_{j,t} + \sum_j k_{ij}(Y_{j,t+1} - Y_{j,t}) \qquad (j=1,..,r; j \neq i) .$$

Für r Länder folgt

22.45 $$X_t = c' Y_t + k'(Y_{t+1} - Y_t) ,$$

wobei c' und k' quadratische Matrizen mit denselben Elementen sind wie in den Gleichungen (22.22), deren Hauptdiagonale jedoch null ist. Der Expansionspfad der Exporte läßt sich aus dieser Beziehung gewinnen, wenn man die Lösungen für die Einkommensentwicklung, die durch das System (22.34) gegeben ist, für Y_t und Y_{t+1} einsetzt; man erhält[2)]

22.46 $$X_t = c' F(I+d)^t F^{-1} B + k'(F(I+d)^{t+1} F^{-1} B - F(I+d)^t F^{-1} B) ,$$

Durch analoge Überlegungen wie im vorigen Abschnitt läßt sich zeigen, daß

---

1) Vergl. die Gleichungen (22.21).
2) Zur Vereinfachung verzichten wir in den folgenden Abschnitten darauf, die beliebigen Konstanten explizit zu bestimmen und in den Gleichungen für B einzusetzen.

das langfristige Verhalten der Exporte durch dieselbe dominierende charakteristische Wurzel der homogenen Lösung wie die Einkommensexpansionspfade bestimmt werden. Wir wollen jedoch darauf nicht näher eingehen, sondern gleich die Wachstumspfade betrachten, wenn t sehr groß ist. Mit den Gleichungen (22.40) ergibt sich dann für die Exporte aus (22.45)

22.47
$$\begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \\ . \\ . \\ X_{r,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c_{12} & \cdots & c_{1r} \\ c_{21} & 0 & \cdots & c_{2r} \\ . & . & \cdots & . \\ . & . & \cdots & . \\ c_{r1} & c_{r2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ . \\ . \\ f_{r1} \end{bmatrix} (1+d_1)^t (B_1 f'_{11} + \cdots + B_r f'_{1r})$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & k_{12} & \cdots & k_{1r} \\ k_{21} & 0 & \cdots & k_{2r} \\ . & . & \cdots & . \\ . & . & \cdots & . \\ k_{r1} & k_{r2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ . \\ . \\ f_{r1} \end{bmatrix} (1+d_1)^{t+1} (B_1 f'_{11} + \cdots + B_r f'_{1r}) - \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ . \\ . \\ f_{r1} \end{bmatrix} (1+d_1)^t (B_1 f'_{11} + \cdots + B_r f'_{1r}) \right\}$$

oder

22.48
$$\begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \\ . \\ . \\ X_{r,t} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & c_{12} & \cdots & c_{1r} \\ c_{21} & 0 & \cdots & c_{2r} \\ . & . & \cdots & . \\ . & . & \cdots & . \\ c_{r1} & c_{r2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ . \\ . \\ f_{r1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & k_{12} & \cdots & k_{1r} \\ k_{21} & 0 & \cdots & k_{2r} \\ . & . & \cdots & . \\ . & . & \cdots & . \\ k_{r1} & k_{r2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \\ . \\ . \\ f_{r1} \end{bmatrix} d_1 \right\} (1+d_1)^t (B_1 f'_{11} + \cdots + B_r f'_{1r}) \; .$$

Die Exporte aller Länder wachsen also mit der gleichen Rate; diese ist außerdem mit derjenigen der Volkseinkommen identisch.

Auf ähnliche Weise kann man die Wachstumspfade der Importe bestimmen. Die Importfunktion für Land i lautet[1)]

22.49
$$M_{i,t} = C_{im,t} + I_{im,t} = \sum_i c_{ij} Y_{i,t} + \sum_i k_{ij} (Y_{i,t+1} - Y_{i,t}) \quad (i=1,..,r; i \neq j).$$

Für r Länder folgt daraus unter Berücksichtigung der Gleichungen (22.41) für die Importe, wobei die Importquoten eines Landes zu einem Spaltenvektor zusammengezogen sind,

---

1) Vergl. Gleichung (22.16).

22.51

$$\begin{bmatrix} M_{1,t} \\ M_{2,t} \\ \cdot \\ \cdot \\ M_{r,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (c_{21}+c_{31}+\cdots+c_{r1})f_{11} \\ (c_{12}+c_{32}+\cdots+c_{r2})f_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ (c_{1r}+c_{2r}+\cdots+c_{r-1,r})f_{r1} \end{bmatrix} (1+d_1)^t(B_1f^1_{11}+\cdots+B_rf^1_{1r})$$

$$+ \begin{bmatrix} (k_{21}+k_{31}+\cdots+k_{r1})f_{11} \\ (k_{12}+k_{32}+\cdots+k_{r2})f_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ (k_{1r}+k_{2r}+\cdots+k_{r-1,r})f_{r1} \end{bmatrix} \left[(1+d_1)^{t+1}(B_1f^1_{11}+\cdots+B_rf^1_{1r}) - (1+d_1)^t(B_1f^1_{11}+\cdots+B_rf^1_{1r})\right] .$$

oder

22.52

$$\begin{bmatrix} M_{1,t} \\ M_{2,t} \\ \cdot \\ \cdot \\ M_{r,t} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} (c_{21}+c_{31}+\cdots+c_{r1})f_{11} \\ (c_{12}+c_{32}+\cdots+c_{r2})f_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ (c_{1r}+c_{2r}+\cdots+c_{r-1,r})f_{r1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (k_{21}+k_{31}+\cdots+k_{r1})f_{11} \\ (k_{12}+k_{32}+\cdots+k_{r2})f_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ (k_{1r}+k_{2r}+\cdots+k_{r-1,r})f_{r1} \end{bmatrix} d_1 \right\} (1+d_1)^t(B_1f^1_{11}+\cdots+B_rf^1_{11}) .$$

Wie zu erwarten, wachsen auch die Importe in allen Ländern mit derselben Rate wie die Exporte und die Volkseinkommen.

Die Handelsbilanzsalden sind als Differenz zwischen Exporten und Importen definiert; sie ergeben sich für die r Länder aus den Gleichungssystemen (22.48) und (22.52). Die Handelsbilanzsalden zeigen wieder dasselbe exponentielle Wachstum wie die anderen Variablen des Systems; allerdings können sie positiv oder negativ sein, je nachdem in einem Land ein Ex- oder ein Importüberschuß herrscht. Wir verzichten jedoch darauf, das Gleichungssystem für die Handelsbilanzsalden besonders darzustellen. Ein solches strukturelles Defizit der Handelsbilanz einiger der r Länder ist nur dann möglich, wenn die Überschußländer Kredit gewähren oder die Defizitländer die Salden durch Gold ausgleichen können. Hinzu kommt das Problem der Verzinsung der Schulden. Werden diese nicht verzinst, dann wächst die Auslandsschuld schließlich ebenfalls mit der Wachstumsrate des Volks-

einkommens. Da sowohl die Handelsbilanzsalden als auch die Volkseinkommen mit derselben Rate wachsen, bleibt die relative Bedeutung der Salden im Zeitverlauf gleich.

2233 Das Wachstum der Kapitalbestände und der Arbeit

Da wir in unserem Modell vorausgesetzt haben, daß Kapital der einzige knappe Produktionsfaktor ist, sollen nun die Bedingungen etwas genauer dargestellt werden, unter denen das Kapital im Anfangszeitpunkt und im Zeitverlauf in jedem Land immer vollbeschäftigt ist. Da zwischen Kapitalbestand, $K_{i,t}$, und Output, $Y_{i,t}$, eine konstante Beziehung besteht, muß im Ausgangszeitpunkt t = o für jedes Land gelten

22.53 $$k_i^x \; Y_{i,o} = K_{i,o} \quad ,$$

wobei k_i^x der Kapitalkoeffizient des Landes i ist; für alle Länder folgt

22.54 $$k^x \; Y_o = K_o \quad ,$$

wobei k^x die Diagonalmatrix der Kapitalkoeffizienten der Länder ist. Der Vektor der Anfangsvolkseinkommen ist dann

22.55 $$Y_o = (k^x)^{-1} \; K_o \quad .$$

Wenn diese Beziehungen gelten, dann sind die im Zeitpunkt t = o vorhandenen Kapitalbestände mit den Anfangsvolkseinkommen bei Vollbeschäftigung des Kapitals konsistent. Damit die Vollbeschäftigung der Kapitalausstattungen in den Ländern auch während des Wachstums gesichert ist, müssen die Investitionen, die aus Gütern inländischer und ausländischer Herkunft zusammengesetzt sind, derart zunehmen, daß das Wachstum der Kapitalbestände dem Wachstum der Volkseinkommen in den Ländern entspricht. Die Relation zwischen Volkseinkommen und Kapitalausstattung bleibt in den einzelnen Ländern konstant. Es muß also gelten

22.56 $$Y_t = (k^x)^{-1} \; K_t \quad .$$

Die Volkseinkommen und die Kapitalbestände müssen also mit derselben Rate wachsen. Dies läßt sich einfach auf folgende Weise zeigen. Aus den Gleichungen (22.22) erhält man

22.57 $$k^{-1}(I-c)Y_t = Y_{t+1} - Y_t \quad ,$$

und mit (22.56) folgt

$$k^{-1}(I-c)(k^X)^{-1}K_t = (k^X)^{-1}K_{t+1} - (k^X)^{-1}K_t$$

oder

22.58 $$K_{t+1} = \left[I + k^{-1}(I-c)\right] K_t .$$

Als Lösung dieser homogenen Differenzengleichung erhält man

22.59 $$K_t = \left[I + k^{-1}(I-c)\right]^t B^X = \left[I + k^{-1}(I-c)\right]^t k^X Y_o ,$$

wobei B^X ein Spaltenvektor beliebiger Konstanten ist, der durch die Anfangskapitalbestände in den Ländern bestimmt ist[1]. Wie man sieht, sind die Matrizen in den Gleichungssystemen (22.23) und (22.59) identisch, so daß die Volkseinkommen und die Kapitalbestände in den Ländern mit der gleichen Rate wachsen. Wenn also im Zeitpunkt t = o die Kapitalbestände vollbeschäftigt sind, dann bleibt dieser Zustand auch im Verlauf des wirtschaftlichen Wachstums erhalten. Die Wachstumspfade der Kapitalbestände in den r Ländern weisen dieselben Eigenschaften auf wie die der Volkseinkommen. Wie brauchen deshalb darauf nicht mehr einzugehen.

Der Produktionsfaktor Arbeit wurde in den bisherigen Überlegungen nicht besonders berücksichtigt. Es wurde einfach unterstellt, daß er immer ausreichend vorhanden ist. Da in dem Modell kein Anpassungsprozeß eingebaut ist, der Vollbeschäftigung realisieren würde, wäre es ein reiner Zufall, wenn die jeweils vorhandene Arbeit völlig beschäftigt wäre. Dazu dürften einmal im Ausgangszeitpunkt keine Arbeitsüberschüsse existieren, und zum andern müßte die Arbeit - wegen der konstanten Produktionskoeffizienten - genau wie das Kapital wachsen.

2234 Die Entwicklung des Konsums, des Sparens und der Investitionen

Durch die Koeffizienten des Modells sind der Konsum, das Sparen und die Investitionen auf eindeutige Weise mit dem Volkseinkommen verbunden. Aus den Ableitungen in den vorhergehenden Abschnitten läßt sich ohne weiteres schließen, daß nach einer bestimmten Zeit diese Variablen in allen Ländern mit der Rate wachsen, die durch die dominierende charakteristische Wurzel gegeben ist, also auch mit d_1.

---

1) Vergl. die Relationen (22.54).

2235 Der langfristige Anpassungsprozeß an die stetigen Wachstumspfade[1)]

Die bisherigen Überlegungen haben gezeigt, daß für sehr großes t alle Variablen des Modells mit der gleichen Rate wachsen. Befindet sich das System in einem solchen Zustand, dann kann man von einem stetigen Wachstum sprechen. Allerdings handelt es sich bei der Angleichung an die stetigen Wachstumspfade nicht um einen Anpassungsprozeß im üblichen Sinne des Wortes, der durch Aktionen und Reaktionen der Wirtschaftssubjekte hervorgerufen wird, vielmehr resultiert dieses Ergebnis aus dem Gewichtsverlust der anderen Wachstumsfaktoren, die, wenn ihr absoluter Betrag unter eins liegt, ziemlich rasch gegen null streben, oder wenn sie dem absoluten Betrag nach nur geringfügig größer als eins sind, nur sehr schwach wachsen bzw. abnehmen.

2236 Bemerkungen zur Existenz einer Lösung und zur Stabilität des Systems

Wir haben uns bisher mit allgemeinen Bemerkungen zur Lösbarkeit und zur langfristigen Entwicklung der Wachstumspfade der Modellvariablen begnügt. Unter Verwendung einiger Theoreme der Matrizenrechnung kann man weitere, wenn auch nicht ganz erschöpfende Aussagen insbesondere zur Existenz einer Lösung und zu der damit zusammenhängenden Frage der Stabilität der stetigen Wachstumspfade machen.

Eine Lösung des Grundmodells ist dann gegeben, wenn zu einer charakteristischen Wurzel ein positiver charakteristischer Vektor gehört, so daß - mindestens in der Ausgangssituation - positive Volkseinkommen möglich sind. Als stabil wird ein stetiger Wachstumspfad bezeichnet, wenn von jeder beliebigen Ausgangssituation aus ein stetiges Wachstum, bei dem die Proportionen zwischen den Variablen konstant bleiben, erreicht wird. Ein solcher Pfad ist dann stabil, wenn $1+d_1 > |1+d_j|$ ist, und instabil, wenn $1+d_1 < |1+d_j|$ ist[2)].

---

1) Andere Autoren sprechen von "balanced growth"; z.B. M.Morishima, Equilibrium, Stability, and Growth, A Multi-Sectoral Analysis, Oxford 1964, S.69.

2) Vergl. R.M.Solow, Competitive Valuation in a Dynamic Input-Output System, in: Econometrica, Vol.27, 1959, S.35-36; M.Morishima,a.a.O.,S. 108 ff.; R.M.Solow und P.A.Samuelson, Balanced Growth Under Constant Returns to Scale, in:Econometrica,Vol.21,1953, S.418 ff. und J.Tsukui, On a Theorem of Relative Stability, in: International Economic Review,

Forts.S.30

Wesentliche Aussagen über die Möglichkeit positiver Lösungen des Systems können bereits aus den Koeffizienten der charakteristischen Gleichungen $k^{-1}(I-c) - dI = 0$ abgeleitet werden, ohne daß die charakteristischen Wurzeln vorher berechnet werden müssen. Nun lassen sich über die charakteristischen Wurzeln und Vektoren der Matrix $k^{-1}(I-c)$ direkt keine Aussagen machen, sondern nur über die ihrer Kehrmatrix $(I-c)^{-1}k$. Die dabei gewonnen Ergebnisse können dann wieder auf die ursprüngliche Matrix angewandt werden. Wenn $(I-c)^{-1}k$ eine quadratische, positive und deshalb unzerlegbare Matrix ist, also $(I-c)^{-1}k > 0$, dann gilt für die charakteristischen Wurzeln aus $|(I-c)^{-1}k| = 0$ nach dem Theorem von Debreu-Herstein[1], daß die Matrix $(I-c)^{-1}k$ eine charakteristische Wurzel d_1' hat, die größer als null ist und mit einem positiven Eigenvektor F_1 verbunden werden kann[2]. Dieses d_1' ist außerdem absolut genommen das größte aller möglichen d_j'; es gilt also $d_1' > |d_j'|$. Ferner ist es eine einfache Wurzel, also nicht komplex.

Bevor wir dieses Ergebnis anwenden können, muß zunächst gezeigt werden, daß die Matrix $(I-c)^{-1}k$ die oben genannten Eigenschaften erfüllt, insbesondere, daß alle ihre Elemente positiv sind. Die Matrix k enthält lauter positive Elemente, nämlich die partiellen Kapitalkoeffizienten der einzelnen Länder. Etwas schwieriger sind die Vorzeichen der Elemente von $(I-c)^{-1}$ zu bestimmen. Nun läßt sich aber zeigen, daß $(I-c)^{-1} = I + c + c^2 + c^3 \ldots$ ist[3]. Da die Elemente von c positiv sind, sind auch die Potenzen der Matrix c alle positiv, wie man sich an Hand der Regeln der Matrizenmultiplikation (Multiplikation und Addition) verdeutlichen kann. Die Glieder der rechten Seite sind positiv; deshalb muß auch die linke Seite positiv sein.

Einen Beweis, daß alle Elemente der inversen Matrix von (I-c) positiv sind, gibt auch Woodbury[4], wenn die Matrix bestimmte Bedingungen erfüllt. Gilt für die Elemente einer Matrix $c_{ij} \geq 0$ und für die Spaltensummen $\sum_{i=1}^{r} c_{ij} \leq 1$ $(j=1,\ldots,r)$, und ist diese Matrix ferner nicht-singulär und

---

Forts.von Fn.2),S.29; Vol.2,1961, S.229-230, sprechen von relativer Stabilität, da von unterschiedlichen Ausgangsbedingungen aus unterschiedliche stetige Wachstumspfade erreicht werden.

1) G.Debreu, I.N.Herstein, Nonnegative Square Matrices, in:Econometrica, Vol.21,1953,S.598; vergl.auch T.Yamane,Mathematics for Economists, An Elementary Survey, Englewood Cliffs,N.J.,1962,S.337 ff.

2) Die charakteristischen Vektoren einer Matrix und die ihrer Kehrmatrix sind identisch.

3) Vergl.Y.K.Wong, Inequalities for Minkowsky-Leontief Matrices,in:Economic Activity Analysis,Ed.O.Morgenstern,New York,London 1954,S.228; J.R.Hicks, a.a.O., Appendix B, S. 317.

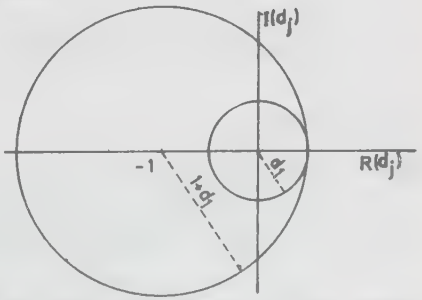
4) M.A.Woodbury,Properties of Leontief-Type Input-Output Matrices,in:Economic Activity Analysis,Ed.O.Morgenstern New York,London 1954,S.352ff.

nicht zerlegbar, dann sind alle Elemente von $(I-c)^{-1}$ positiv. Da in unserem Modell die Import- und Konsumneigungen c_{ij} größer null, aber kleiner als eins sind und die Spaltensummen, die Ausgabenneigung eines Landes (für inländische Konsumgüter und Importe von Konsumgütern) in der Regel kleiner als eins ist, sind alle Voraussetzungen für positive Elemente erfüllt.

Da beide Faktoren der Matrix $(I-c)^{-1}k$ positiv sind, ist auch ihr Produkt positiv. Wir können also das oben genannte Theorem von Debreu-Herstein auf unser Modell anwenden. Allerdings wurde damit nur bewiesen, daß die Kehrmatrix von $k^{-1}(I-c)$ lauter positive Elemente und deshalb eine positive, maximale charakteristische Wurzel d_1' hat, die mit einem positiven Eigenvektor F_1 verbunden ist. Nun gilt aber zwischen den charakteristischen Wurzeln d_j einer Matrix und denen ihrer Kehrmatrix d_j', daß sie reziprok zueinander sind, also $d_j = 1/d_j'$ [1]. Das bedeutet nun nichts anderes, als daß eine positive charakterische Wurzel d_1 und ein positiver charakteristischer Vektor F_1 existiert, somit positive Wachstumspfade möglich sind. Da d_1', dem absoluten Betrag nach, die größte charakteristische Wurzel ist, ist d_1 die kleinste; es gilt $d_1 < |d_j|$.

Mit diesen Überlegungen kann zwar gezeigt werden, daß ein gleichgewichtiger positiver Wachstumspfad existiert, jedoch fehlen für Aussagen über die Stabilität bzw. Instabilität weitere Informationen. Wenn nämlich $d_1 < |d_j|$ ist, dann folgt daraus nicht, daß $1+d_1 < |1+d_j|$ ist, da ja d_j negativ sein kann. Ebensowenig ergibt sich $1+d_1 > |1+d_j|$. Wenn $1+d_1 < |1+d_j|$ ist, dann ist die Bedingung für die Instabilität des Systems erfüllt. Denn die charakteristischen Wurzeln, die größer sind als d_1, können mit negativen charakteristischen Vektoren verbunden sein, so daß sich im Zeitverlauf negative Volkseinkommen ergeben können [2].

Diese Zusammenhänge lassen sich mit folgender Abbildung [3] verdeutlichen, die die Gaußsche Zahlenebene darstellt. Auf der Abszisse sind die reellen und auf der Ordinate die imaginären Zahlen aufgetragen [4]. Wenn $d_1 < |d_j|$ ist, dann liegen alle d_j



1) R.Zurmühl, Matrizen, Eine Darstellung für Ingenieure, Berlin usw., 1958, S.163.
2) Vergl. R.M. Solow, a.a.O., S.36; M. Morishima, a.a.O., S.110.
3) Vergl. R.M. Solow, a.a.O., S.37-38.
4) Wir interessieren uns nur für reelle Lösungen.

außerhalb des Kreises mit dem Radius d_1 und dem Ursprung (0;0). Stabilität des Systems ist dann gegeben, wenn $1+d_1 > |1+d_j|$ ist, d.h. wenn die d_j in dem Kreis mit dem Radius $1+d_1$ und dem Ursprung (-1;0) liegen. Ist z.B. $d_1 = 0{,}1$ und $d_2 = -0{,}5$, dann ergibt sich $1+0{,}1 > |1-0{,}5|$, so daß die Bedingung für Stabilität erfüllt ist. Solow[1] weist noch darauf hin, daß die Stabilität um so eher zu erwarten sei, je kleiner der Kreis mit dem Radius d_1 im Vergleich zum anderen Kreis sei. Auf der anderen Seite sei d_1 um so kleiner, je größer die Elemente der Matrizen c und k sind[2].

Das Ergebnis dieser Überlegungen läuft darauf hinaus, daß also a priori nicht gesagt werden kann, ob die Wachstumspfade stabil sind oder nicht. Es lassen sich jedoch Bedingungen für die Stabilität des Grundmodells angeben. Auf eine Ableitung wollen wir verzichten; eine solche findet sich bei J. Tsukui. Nach einem von ihm abgeleiteten Theorem[3] sind die stetigen Wachstumspfade dann stabil, wenn eine endliche Zahl m existiert, so daß $\{I+k^{-1}(I-c)\}^m > 0$ ist; es müssen also alle Elemente der Potenz der Matrix positiv sein. Die Ableitung dieses Stabilitätstheorems erfolgt ähnlich wie beim Existenzbeweis mit Hilfe der Matrizenrechnung.

Wenn also eine (positive) Lösung existiert und stabil ist, dann sind die Volkseinkommen der Länder sowohl im Anfangszeitpunkt als auch im Zeitverlauf positiv. Über ihre zeitliche Entwicklung - explosiv oder gedämpft - ist damit jedoch nichts ausgesagt. Dann existiert auch ein langfristiges Gleichgewicht, in dem die Volkseinkommen aller Länder mit derselben Rate wachsen, die durch die dominierende charakteristische Wurzel bestimmt ist, oder in dem ein stationärer Zustand erreicht wird. Im ersteren Fall haben wir ein stetiges Wachstum.

23 DIE EINBEZIEHUNG AUTONOMER GRÖSSEN IN DAS GRUNDMODELL

231 Vorbemerkungen

Bei dem bisher analysierten Grundmodell ist jede Variable durch die anderen Variablen des Systems determiniert, so daß es nur endogene Variable gibt; das Modell ist deshalb geschlossen. Sobald man jedoch exogen be-

---

1) R.M.Solow, a.a.O., S. 38.
2) Es läßt sich nämlich zeigen, daß d_1 um so größer ist, je größer die Elemente der Matrix $(I-c)^{-1}k$ sind. Vergl. T.Yamane, a.a.O., S. 338.
3) J.Tsukui, a.a.O., S. 230.

stimmte, d.h. autonome Größen einbezieht, erhält man offene Systeme. Wir wollen in diesem Abschnitt Systeme dieser Art untersuchen.

Als autonome Größen führen wir Konsum- und Investitionsausgaben ein. Diese Unterscheidung ist deshalb von Bedeutung, weil bei den Investitionsausgaben der Kapazitätseffekt zu berücksichtigen ist. Nun hat aber keineswegs jede Investition einen Kapazitätseffekt[1]. Dieser fehlt häufig bei öffentlichen Investitionen. Dagegen führen private Investitionen in der Regel zu einer Kapazitätserweiterung; allerdings gibt es auch in diesem Bereich Investitionen, die einen "konkurrierenden Effekt" haben, d.h. bestehende Investitionen verdrängen und wertlos machen, so daß der Kapazitätseffekt gleich null ist. Wirken die Investitionen dagegen nichtkonkurrierend, dann tritt ein Kapazitätseffekt auf. Die Wirkungen einer Investition zu bestimmen, ist keineswegs einfach, sondern bereitet beträchtliche Schwierigkeiten. Oppenländer[2] kommt nach längeren Ausführungen zu folgendem Ergebnis: "Eine klare Stellung kann ... n i c h t bezogen werden". Es zeigt sich nämlich, "... daß von vornherein nur ein Teil der autonomen Investitionen einen Kapazitätseffekt hat und daß dieser Teil wiederum nur in bestimmten Fällen nichtkonkurrierenden Typs ist"[3].

Wir werden im folgenden autonome Konsumausgaben und autonome Investitionsausgaben ohne Kapazitätseffekt, C_t^a [4], auf der einen Seite und autonome Investitionsausgaben mit Kapazitätseffekt, I_t^a, auf der anderen Seite einführen. In den folgenden beiden Abschnitten sollen die Wachstumspfade der Volkseinkommen für diese Fälle ermittelt werden, um in dem daran sich anschließenden Abschnitt ihre Eigenschaften zu diskutieren. Wie sich zeigen wird, wird die Grundstruktur des Modells nicht verändert; die autonomen Größen schlagen sich in einem positiven oder negativen Spaltenvektor nieder. Die bisherige homogene Lösung muß deshalb durch partikuläre Lösungen, die diesen autonomen Größen Rechnung tragen, ergänzt werden.

---

1) K.Oppenländer, a.a.O., S. 149
2) K.Oppenländer, a.a.O., S. 150
3) So wurde insbesonder Hicks vorgeworfen, er habe bei seinem Konjunkturmodell zwar den Einkommenseffekt, nicht aber den Kapazitätseffekt der autonomen Investitionen berücksichtigt. Vergl. dazu K.Oppenländer, a.a.O., S.147 ff; H.Neisser, Critical Notes on the Acceleration Principle, in: Quarterly Journal of Economics, Vol.LXVIII,1954,S.253-274, hat versucht, den Kapazitätseffekt in das Hickssche Modell einzubeziehen.
4) M.Brown und R.Jones, Economic Growth and the Theory of International Income Flows, in: Econometrica, Vol.30, 1962,S.89,bauen zwar in ein Wachstumsmodell mit Außenhandel autonome Investitionsausgaben ein, berücksichtigen aber keinen Kapazitätseffekt.

232 Autonome Konsumausgaben

Betrachten wir zunächst den Fall, daß die Konsumausgaben in allen Ländern eine bestimmte, durch den Spaltenvektor C_o^a gegebene Mindesthöhe haben, die sich im Zeitverlauf nicht ändert. Die Konsumausgaben in den r Ländern belaufen sich dann auf

23.1. $$C_t = cY_t + C_o^a \quad ,$$

wobei unterstellt wird, daß die autonomen Konsumausgaben nur für inländische Güter verwendet werden. Damit wird das Grundmodell dann zu

23.2 $$Y_t = cY_t + k(Y_{t+1}-Y_t) + C_o^a \quad .$$

Die homogene Lösung bestimmt sich aus der reduzierten Form, also ohne autonome Größen, als

23.3 $$Y_t^h = F(I+d)^t F^{-1} B,$$

d.h. sie ist mit der Ableitung in Abschnitt 2231 identisch. Die partikuläre Lösung erhält man durch Berücksichtigung der autonomen Größen[1]. Aus den Gleichungen (23.2) folgt, wenn man für Y_t und Y_{t+1} die Konstante z setzt

23.4 $$z = cz + k(z-z) + C_o^a$$

oder

23.5 $$z = (I-c)^{-1} C_o^a \quad .$$

Die allgemeine Lösung des Systems lautet nun als die Summe aus homogener und partikulärer Lösung

23.6 $$Y_t = F(I+d)^t F^{-1} B + (I-c)^{-1} C_o^a \quad .$$

Wie man sieht, wird die homogene Lösung des Systems durch eine Konstante ergänzt, die die Wachstumspfade der Länder lediglich verschiebt. Dagegen bleiben die Wachstumsraten der Volkseinkommen unbeeinflußt. Berücksichtigt man ferner den Vektor der Anfangseinkommen Y_o im Zeitpunkt t = o, dann ergibt sich aus den Gleichungen (23.6)

23.7 $$Y_o = F(I+d)^o F^{-1} B + (I-c)^{-1} C_o^a$$

oder

23.8 $$B = Y_o - (I-c)^{-1} C_o^a \quad .$$

---

1) Vergl. dazu W.J.Baumol, a.a.O., S. 350 ff.

Die allgemeine Lösung unter Beachtung der Anfangsbedingungen lautet nun

23.9 $$Y_t = F(I+d)^t F^{-1} \left\{ Y_o - (I-c)^{-1} C_o^a \right\} + (I-c)^{-1} C_o^a \quad .$$

Wir kommen auf diese Relation noch zurück.

Bisher wurde unterstellt, daß die autonomen Größen im Zeitverlauf konstant bleiben. Ihre Bedeutung im Rahmen des Gesamtsystems nimmt im Laufe des Wachstums der Variablen ab. Es ist deshalb in einer wachsenden Wirtschaft sinnvoll, wachsende autonome Konsumausgaben anzunehmen, die in den einzelnen Ländern mit unterschiedlichen Raten wachsen und durch folgende Beziehungen gegeben sind

23.10 $$C_t^a = (I+g)^t C_o^a \quad ,$$

wobei C_o^a ein Spaltenvektor des Anfangskonsums und I+g eine Diagonalmatrix der Wachstumsquoten dieser Größe in den verschiedenen Ländern ist. Man erhält dann

23.11 $$Y_t = cY_t + k(Y_{t+1} - Y_t) + (I+g)^t C_o^a \quad .$$

Dieses Gleichungssystem ist mit dem erwähnten Modell von Brown und Jones[1] weitgehend identisch. Es unterscheidet sich davon einmal durch die lags, zum andern ist die Interpretation der autonomen Größen durch Brown und Jones - wie bereits erwähnt - als autonome Investitionen nicht überzeugend. Weitgehende Übereinstimmung in der Struktur des Modells, jedoch nicht in der Interpretation, besteht auch mit dem von Stone und Brown[2] entwickelten Input-Output-Modell mit exponentiellem Wachstum des Konsums.

Zur Bestimmung der Eigenschaften der Wachstumspfade in den einzelnen Ländern muß wieder die Lösung des Systems explizit geschrieben werden. Die homogene Lösung bleibt gleich wie bisher. Für die partikuläre Lösung wählen wir folgenden Ansatz

23.12 $$Y_t^p = b\,(I+g)^t C_o^a \quad .$$

---

1) M.Brown und R.Jones, a.a.O.

2) J.R.N.Stone und J.A.C.Brown, Output and Investment for Exponential Growth in Consumption, in: Review of Economic Studies,Vol.XXIX,1962, S.241-245; vergl. außerdem die Diskussion dieses Ansatzes bei P.N. Mathur, Output and Investment for Exponential Growth in Consumption - An Alternative Formulation; A Derivation of their Technological Upper Limit, in: Review of Economic Studies, Vol.XXXI, 1964, S.73-76; V. Mukerji, Output and Investment for Exponential Growth in Consumption - The General Solution and Some Comments, in: Review of Economic Studies, Vol.XXXI, 1964, S. 77-82.

Substituiert man diesen Ausdruck in die Gleichungen (23.11), dann erhält man

23.13 $$b(I+g)^t C_o^a = cb(I+g)^t C_o^a + k\left[b(I+g)^{t+1} C_o^a - b(I+g)^t C_o^a\right] + (I+g)^t C_o^a \ .$$

Aufgelöst nach b ergibt sich

23.14 $$b = (I-c-kg)^{-1} \ .$$

Dies ist ein auf der einen Seite einfacherer - in bezug auf die Zahl der enthaltenen Koeffizienten - auf der anderen Seite komplizierterer - da es sich um eine quadratische Matrix handelt - Supermultiplikator[1]. Die partikuläre Lösung lautet also

23.15 $$Y_t^p = b(I+g)^t C_o^a = (I-c-kg)^{-1}(I+g)^t C_o^a \ ,$$

und die Gesamtlösung des Systems ergibt sich mit den Gleichungen (23.3) als

23.16 $$Y_t = F(I+d)^t F^{-1} B + (I-c-kg)^{-1}(I+g)^t C_o^a \ .$$

Mit der Anfangsbedingung Y_o im Zeitpunkt t = o folgt für B

23.17 $$B = Y_o - (I-c-kg)^{-1} C_o^a \ .$$

Die Wachstumsgleichungen für das Volkseinkommen der r Länder lauten, wenn exponentielles Wachstum der autonomen Konsumausgaben vorliegt,

23.18 $$Y_t = F(I+d)^t F^{-1} \left[Y_o - (I-c-kg)^{-1} C_o^a\right] + (I-c-kg)^{-1}(I+g)^t C_o^a \ .$$

Wir kommen auf diese Beziehungen zurück.

233 Autonome Investitionsausgaben

Wenn anstelle der Konsumausgaben autonome Investitionsausgaben treten, dann ist neben dem Einkommenseffekt der Kapazitätseffekt zu berücksichtigen. Wir betrachten zunächst wieder den Fall konstanter autonomer Investitionsausgaben, die durch den Spaltenvektor I_t^a gegeben sind. Zur Einbeziehung dieser Ausgaben in das allgemeine Gleichungssystem folgen wir dem wachstumstheoretischen Ansatz von Domar, wie in Oppenländer im Anschluß an Hamberg und Schultze angeführt hat[2]. Durch die Übertragung

---

1) Vergl. z.B. A.E.Ott, a.a.O., S. 175 ff.
2) Vergl. K.Oppenländer, a.a.O.,S.46; D.Hamberg und C.L.Schultze, Autonomous vs. Induced Investment: The Interrelatedness of Parameters in Growth Models, in: Economic Journal,Vol.LXXI, 1961, S.53-65.

Forts.S.37

dieser Gedanken auf r Länder ergeben sich jedoch einige Änderungen. Insbesondere stellen wir jetzt auf die zweite Möglichkeit ab, die Beziehungen zwischen Investitionen und Einkommens- bzw. Kapazitätsänderungen zu interpretieren, d.h. im Sinne von Verhaltensgleichungen[1]. Die autonomen Investitionen, die jetzt berücksichtigt werden sollen, unterscheiden sich von diesen induzierten dadurch, daß sie nicht von Einkommensänderungen abhängen, sondern entweder konstant sind oder mit einer exogenen Rate wachsen; es sind also diejenigen Investitionen, die endogen nicht erklärt werden können.

Wir wollen nun die Volkseinkommenspfade für diese Modellstellung ableiten. Für die Investitionsgüterproduktion des Landes i, soweit sie von Volkseinkommensänderungen abhängig ist, gilt

$$23.19 \qquad I^P_{in,t} + I^P_{ix,t} = k_{ii}(Y'_{i,t+1}-Y'_{i,t}) + \sum_j k_{ij}(Y'_{j,t+1}-Y'_{j,t}) \ , \ (j=1,..r;\ i\neq j),$$

wobei $I^P_{in,t}$ den im Inland und $I^P_{ix,t}$ den im Ausland investierten Teil der Investitionsgüterproduktion und $Y'_{j,t+1}-Y'_{j,t}$ die erwartete Einkommensentwicklung darstellt. Für r Länder erhält man

$$23.20 \qquad Y'_{t+1}-Y'_t = k^{-1}(I^P_{n,t} + I^P_{x,t}) \ .$$

Andererseits gilt für die autonomen Investitionen im r-Länder-Fall

$$23.22 \qquad Y''_{t+1}-Y''_t = (k^x)^{-1} I^a_t \ ,$$

wobei k^x die Diagonalmatrix der Kapitalkoeffizienten[2] für autonome Investitionen ist. Diese Beziehungen beschreiben den Kapazitätseffekt der autonomen Investitionen in den r Ländern. Unterstellt man, daß die durch (23.20) dargestellte Einkommensentwicklung tatsächlich eintritt, dann erhält man durch Addition der Beziehungen (23.20) und (23.22) die totalen Kapazitätswirkungen der im Zeitpunkt t vorgenommenen Investitionen

$$23.23 \qquad (Y'_{t+1}-Y'_t)+(Y''_{t+1}-Y''_t) = Y_{t+1}-Y_t = k^{-1}(I^P_{n,t}+I^P_{x,t}) + (k^x)^{-1} I^a_t \ .$$

Die von Volkseinkommensänderungen abhängige Investitionsgüterproduktion läßt sich unter Heranziehung der Bedingung, daß im Gleichgewicht Sparen und Importe gleich den induzierten Investitionen und den Exporten sein muß, noch anders schreiben. Die Gleichgewichtsbedingung lautet

$$23.24 \qquad S_{i,t} + M_{i,t} = I^i_{i,t} + X_{i,t}$$

Forts.von Fn.2) S.36; Wir werden dieses Modell jedoch auf r Länder übertragen und außerdem die bisher verwendeten lags beibehalten.

1) Vergl. S. 15 2) Ob $k_{ii}=k^x_{ii}$ oder $k_{ii}\neq k^x_{ii}$ ist, ist ohne Bedeutung.

oder

23.25 $$Y_{i,t} - C_{i,t} + M_{i,t} = I^{i}_{i,t} + X_{i,t} \quad .$$

Die Gleichung (23.25) läßt sich unter Verwendung der Definitionsgleichungen (22.14), (22.15) und (22.16) wie folgt schreiben

23.26 $$Y_{i,t} - C_{in,t} - C_{im,t} + C_{im,t} + I_{im,t} = I_{in,t} + I_{im,t} + X_{i,t}$$

oder

23.27 $$Y_{i,t} - C_{in,t} = I_{in,t} + X_{i,t} \quad .$$

Die Exporte, $X_{i,t}$, setzen sich aus Exporten von Konsumgütern, $C_{ix,t}$, und Investitionsgütern, $I_{ix,t}$, zusammen; da nun $C_{in,t} = c_{ii}Y_{i,t}$ und $C_{ix,t} = c_{ij}Y_{j,t}$ ist, erhält man

23.28 $$Y_{i,t} - c_{ii}Y_{i,t} - c_{ij}Y_{j,t} = I^{P}_{in,t} + I^{P}_{ix,t} = I^{P}_{i,t} \quad ,$$

wobei $I^{P}_{i,t}$ die Investitionsgüterproduktion des Landes i bezeichnet, soweit sie von Volkseinkommensänderungen abhängt. Für r Länder lautet diese Beziehung dann

23.29 $$(I-c)Y_t = I^{P}_t \quad .$$

Setzt man (23.29) in die Gleichungen (23.23) ein, dann erhält man[1)]

23.30 $$Y_{t+1} - Y_t = k^{-1}(I-c)Y_t + (k^{x})^{-1}I^{a}_{o}$$

oder

23.31 $$Y_{t+1} = Y_t + k^{-1}(I-c)Y_t + (k^{x})^{-1}I^{a}_{o} \quad .$$

Die Lösung dieser Differenzengleichungen ist wieder auf dem üblichen Wege möglich. Die homogene Lösung lautet

23.32 $$Y^{h}_t = F(I+d)^{t}F^{-1}B \quad .$$

Für die partikuläre Lösung suchen wir einen Ansatz der Form $z = Y_t = Y_{t+1}$; eingesetzt in (23.31) ergibt

23.33 $$z = z + k^{-1}(I-c)z + (k^{x})^{-1}I^{a}_{o} \quad ,$$

und für z folgt

23.34 $$z = -(I-c)^{-1}k(k^{x})^{-1}I^{a}_{o} \quad .$$

Die Gesamtlösung lautet dann

---

1) Wir unterstellen, daß die autonomen Investitionen konstant sind und setzen $I^{a}_t = I^{a}_o$.

23.35 $$Y_t = F(I+d)^t F^{-1} B - (I-c)^{-1} k (k^x)^{-1} I_o^a \quad .$$

Mit den Anfangsvolkseinkommen Y_o im Zeitpunkt t = o ergibt sich

23.36 $$B = Y_o + (I-c)^{-1} k (k^x)^{-1} I_o^a \quad .$$

Damit folgt aus den Gleichungen (23.35) für die Wachstumspfade der Volkseinkommen in den r Ländern

23.37 $$Y_t = F(I+d)^t F^{-1} \left[Y_o + (I-c)^{-1} k (k^x)^{-1} I_o^a \right] - (I-c)^{-1} k (k^x)^{-1} I_o^a \quad .$$

Auf die Eigenschaften dieser Lösung, soweit sie nicht bereits bei der Behandlung des Grundmodells dargestellt wurden, werden wir später zurückkommen.

Unterstellen wir nun, daß an die Stelle der konstanten, jetzt autonome mit einer gegebenen Rate wachsende Investitionsausgaben treten, z.B.

23.38 $$I_t^a = (I+g)^t I_o^a \quad ,$$

dann erhält man durch analoge Überlegungen wie im vorhergehenden Abschnitt

23.39 $$Y_{t+1} = Y_t + k^{-1}(I-c) Y_t + (k^x)^{-1} (I+g)^t I_o^a \quad .$$

Die homogene Lösung ist wieder gleich wie in den vorhergehenden Fällen. Für die partikuläre Lösung versuchen wir einen Ansatz der Form

23.40 $$Y_t^p = b(I+g)^t I_o^a \quad .$$

Damit wird aus dem System (23.39)

23.41 $$b(I+g)^t I_o^a = cb(I+g)^t I_o^a + k \left[b(I+g)^{t+1} I_o^a - b(I+g)^t I_o^a \right] - k(k^x)^{-1} (I+g)^t I_o^a \quad ,$$

und für b folgt

23.42 $$b = - \left[I-c-k(I+g)+k \right]^{-1} k (k^x)^{-1} \quad .$$

Die allgemeine Lösung lautet unter Berücksichtigung der homogenen und der partikulären Lösung sowie der Anfangsbedingungen

23.43 $$Y_t = F(I+d)^t F^{-1} \left[Y_o + (I-c-kg)^{-1} k (k^x)^{-1} I_o^a \right] - (I-c-kg)^{-1} k (k^x)^{-1} (I+g)^t I_o^a \quad .$$

Diese allgemeine Lösung ist dadurch gekennzeichnet, daß sowohl die homogene als auch die partikuläre Lösung einen Wachstumsfaktor enthält. Die Eigenschaften dieser Lösung werden wir im nächsten Abschnitt untersuchen.

234 Die Eigenschaften der Wachstumspfade

Da wir die homogenen Lösungen bereits untersucht haben, müssen jetzt nur noch die partikulären Lösungen behandelt werden. Wie wir gesehen haben, schlägt sich eine konstante autonome Größe im Endgleichungssystem wieder als eine konstante Größe nieder, deren Gewicht im Zeitverlauf immer geringer wird. Interessantere Fragen ergeben sich bei wachsenden autonomen Größen, da sich die Wachstumspfade von homogener und partikulärer Lösung in den einzelnen Ländern überlagern; dadurch wird die Frage aufgeworfen, wodurch letztlich die Wachstumsraten und -pfade der Länder bestimmt werden.

Stellen wir zunächst die durch Berücksichtigung der partikulären Lösungen und der Anfangsbedingungen sich ergebenden Abweichungen von der homogenen Lösung in folgender Übersicht zusammen

Autonome Größe	Beliebige Konstante B	Partikuläre Lösung
$C^a_t = C^a_o$	$Y_o - (I-c)^{-1} C^a_o$	$(I-c)^{-1} C^a_o$
$I^a_t = I^a_o$	$Y_o + (I-c)^{-1} k (k^x)^{-1} I^a_o$	$-(I-c)^{-1} k (k^x)^{-1} I^a_o$
$C^a_t = (I+g)^t C^a_o$	$Y_o - (I-c-kg)^{-1} C^a_o$	$(I-c-kg)^{-1} (I+g)^t C^a_o$
$I^a_t = (I+g)^t I^a_o$	$Y_o + (I-c-kg)^{-1} k (k^x)^{-1} I^a_o$	$-(I-c-kg)^{-1} k (k^x)^{-1} (I+g)^t I^a_o$

Die Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Lösungen treten in dieser Zusammenstellung deutlich hervor. Im Zeitpunkt t = o sind die absoluten Beträge der partikulären Lösungen und der die Anfangsvolkseinkommen korrigierenden Größen gleich groß; sie haben jeweils entgegengesetztes Vorzeichen. Deshalb sind in diesem Zeitpunkt die Anfangsvolkseinkommen erfüllt. Von Interesse ist ferner, daß die partikulären Lösungen für den Fall der Konsumausgaben zur homogenen Lösung addiert, dagegen bei Investitionsausgaben subtrahiert werden.

Ein gemeinsames Charakteristikum der partikulären Lösungen ist, daß sie aus dem Vektor der autonomen Größen bestehen, der mit einer Kehrmatrix multipliziert wird. Dies sind nun nichts anderes als Multiplikatoren. In dem Fall, daß die autonomen Größen wachsen, handelt es sich um Super-

multiplikatoren[1].

Nach diesen einleitenden Bemerkungen gehen wir dazu über, die einzelnen Lösungen zu analysieren. Am einfachsten ist dies bei den konstanten autonomen Konsumausgaben. Wenn die partikuläre Lösung $(I-c)^{-1}C_o^a$ positiv ist, dann ergibt sich für jede Periode in jedem Land ein konstantes additives Glied. Wie wir bereits früher gesehen haben, besteht die Kehrmatrix $(I-c)^{-1}$ nur aus positiven Elementen, so daß auch $(I-c)^{-1}C_o^a$ ein positiver Spaltenvektor ist. Andererseits tritt diese Größe in der beliebigen Konstanten B der homogenen Lösung auf. Damit langfristig positives Wachstum in allen Ländern möglich ist, muß im Zeitpunkt t = o folgende Bedingung erfüllt sein[2]

23.44 $$Y_o - (I-c)^{-1}C_o^a > 0$$

bzw.

23.45 $$Y_o > cY_o + C_o^a \quad .$$

Diese Bedingung wird deutlicher, wenn man sie für zwei Länder explizit aufschreibt

23.46 $$\begin{bmatrix} Y_{1,o} \\ Y_{2,o} \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,o} \\ Y_{2,o} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{1,o}^a \\ C_{2,o}^a \end{bmatrix} \quad .$$

Das Anfangsvolkseinkommen muß also größer sein als die Summe aus autonomen und induzierten Ausgaben für im Inland hergestellte und verbrauchte Konsumgüter und den Konsumgüterexporten[3]. Ob also ein Land ein positives Volkseinkommenswachstum hat, hängt nicht nur von den Parametern und Anfangsbedingungen im eigenen Land ab, sondern auch von der Nachfrage nach Konsumgütern der anderen Länder. Wenn diese Bedingung in einem Land nicht erfüllt ist, dann wird sein Volkseinkommen negativ, sobald die homogene Lösung größer wird als die partikuläre.

Untersuchen wir ferner den Fall wachsender autonomer Konsumausgaben. Damit die beliebige Konstante der allgemeinen Lösung positiv ist, muß

23.47 $$Y_o > (I-c-kg)^{-1}C_o^a$$

---

1) Die Analogie zum einfachen Keynesschen Multiplikator wird ohne weiteres deutlich, wenn man diesen als $Y_t=(1-c)^{-1}I_t$ schreibt.

2) Der Fall, daß anstelle des Ungleichheitszeichens ein Gleichheitszeichen tritt, führt zu einer stationären Lösung; er soll uns jedoch nicht weiter beschäftigen.

3) Also z.B. $Y_{1,o} > c_{11}Y_{1,o}+c_{12}Y_{2,o}+C_{1,o}^a$.

gelten bzw.

23.48 $$(I-c-kg)Y_o > C_o^a \ .$$

Für ein Zwei-Länder-Modell sieht diese Bedingung folgendermaßen aus

23.49 $$\begin{bmatrix} 1-c_{11}-k_{11}g_1 & -c_{12}-k_{12}g_2 \\ -c_{21}-k_{21}g_1 & 1-c_{22}-k_{22}g_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,o} \\ Y_{2,o} \end{bmatrix} > \begin{bmatrix} C_{1,o} \\ C_{2,o} \end{bmatrix} \ .$$

Sie ist jedoch nicht mehr einfach zu interpretieren. Im Gegensatz zu den konstanten autonomen Ausgaben gehen jetzt die partiellen Kapitalkoeffizienten und die Wachstumsraten der autonomen Ausgaben in diese Relation ein. Um die Bedingungen für nicht-negative Multiplikatoren und damit nicht-negative partikuläre Lösungen bestimmen zu können, betrachten wir den Multiplikator etwas genauer[1]. Dieser lautet

23.50 $$b = (I-c-kg)^{-1} = (I-h)^{-1} \ ,$$

wobei $h = c + kg$ ist. Da die Elemente der Matrizen c und kg positiv sind, sind auch die Elemente der Matrix h positiv. Nun gilt, wie wir oben gesehen haben[2], daß die Kehrmatrix b lauter positive Elemente hat, sofern die Spaltensummen der Matrix h kleiner oder gleich eins sind, wobei mindestens eine Spaltensumme kleiner als eins sein muß; also

23.51 $$\sum_i c_{ij} + g_i \sum_i k_{ij} \leq 1$$

oder

23.52 $$g_i \leq \frac{1 - \sum_i c_{ij}}{\sum_i k_{ij}} \ .$$

Wenn diese Bedingung erfüllt ist, dann sind die Elemente der Kehrmatrix $b = (I-c-kg)^{-1}$ alle positiv und deshalb auch alle Multiplikatoren. Da auch die anderen Faktoren der partikulären Lösung positiv sind, erhält man durch die wachsenden Konsumausgaben eine positive additive Größe, die zunimmt.

Für ein Zwei-Länder-Modell läßt sich $h = c + kg$ als

23.53 $$\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 & o \\ o & g_2 \end{bmatrix}$$

---

1) Vergl. zum folgenden M.Brown und R.Jones, a.a.O., S. 91-92.
2) Vergl. S. 30-31.

schreiben. Die Bedingungen (23.51) lauten dann

$$1 \geq c_{11} + c_{21} + k_{11}g_1 + k_{21}g_1$$
$$1 \geq c_{12} + c_{22} + k_{12}g_2 + k_{22}g_2$$

oder nach einigen Umformungen

23.54 $$g_1 \leq \frac{1 - c_{11} - c_{21}}{k_{11} + k_{21}} \qquad g_2 \leq \frac{1 - c_{12} - c_{22}}{k_{12} + k_{22}} \quad .$$

Das bedeutet, daß die Supermultiplikatoren nur dann positiv sind, wenn die autonomen Wachstumsraten kleiner als (wenigstens in einem Land) oder gleich dem Quotienten aus eins minus der marginalen Konsumneigung für Güter inländischer Produktion minus marginaler Importneigung und der Summe der Kapitalkoeffizienten für im Inland hergestellte und aus dem Ausland bezogene Kapitalgüter sind. Trotz der Ähnlichkeit der Ausdrücke in den Relationen (22.23) und (23.52) bzw. (23.54) lassen sich zwischen der Wachstumsrate der homogenen und der der partikulären Lösung keine weiteren Beziehungen herstellen[1].

Wir untersuchen nun die Eigenschaften der allgemeinen Lösungen bei autonomen Investitionsausgaben. Da die homogenen Lösungen in ihrer Struktur wieder mit der des Grundmodells übereinstimmen, brauchen nur noch die beliebigen Konstanten untersucht zu werden. Die partikulären Lösungen bedürfen eingehenderer Analyse. Die Eigenschaften der Lösung bei autonomen Investitionsausgaben können also wieder in zwei Schritten untersucht werden: einmal die Vorzeichen der beliebigen Konstanten der homogenen Lösung, zum anderen die Vorzeichen der Supermultiplikatoren der partikulären Lösung.

---

1) In einem Modell ohne Außenhandel mit autonomen Konsumausgaben lassen sich dagegen noch Beziehungen zwischen der Wachstumsrate der homogenen und der partikulären Lösung herstellen. Die allgemeine Lösung eines solchen Modells lautet (Vergl. J.R.Hicks, a.a.O., S. 107)

$$Y_t = (1 + \frac{1-c}{k})^t \left(Y_0 - \frac{C_0}{1-c-kg}\right) + \frac{C_0}{1-c-kg}(1+g)^t \quad ,$$

wobei das erste Glied die homogene und das zweite Glied die partikuläre Lösung bezeichnet. Die Bedingung für eine postive partikuläre Lösung lautet

$$\frac{1-c}{k} > g \quad .$$

Der Ausdruck (1-c)/k ist nun nichts anderes als die Wachstumsrate der homogenen Lösung. Wenn also die Bedingung für einen positiven Multiplikator erfüllt ist, dann ist die Wachstumsrate der homogenen Lösung größer als die der partikulären.

Betrachten wir zunächst den Fall konstanter autonomer Investitionsausgaben. Damit die beliebigen Konstanten positiv sind, muß gelten

$$23.55 \qquad Y_o + (I-c)^{-1}k(k^x)^{-1}I_o^a > 0 \ .$$

Die Spaltenvektoren Y_o und I_o^a sowie die Matrix der Kapitalkoeffizienten k haben lauter positive Elemente. Wir haben oben bereits gezeigt, daß die Kehrmatrix $(I-c)^{-1}$ gleichfalls nur positive Elemente hat. Es läßt sich nun außerdem noch leicht beweisen, daß auch die Kehrmatrix von k^x nur aus positiven Elementen besteht. Wenn nämlich k^x eine Diagonalmatrix ist, für die $k_{ii} > 0$ gilt, dann ist ihre Kehrmatrix definiert als

$$23.56 \qquad (k^x)^{-1} = \frac{1}{|k^x|} k^x \ .$$

Die Determinante $|k^x|$ ist durch das Produkt der Elemente in der Diagonalen gegeben; somit erhält man

$$23.57 \qquad |k^x| = k_{11}\, k_{22} \ \ldots\ k_{rr} > 0 \ .$$

Die Vektoren und Matrizen der beliebigen Konstanten bestehen also nur aus positiven Elementen. Durch Vektoren- bzw. Matrizenaddition und -multiplikation ergibt sich schließlich die beliebige Konstante als Spaltenvektor, der nur aus positiven Elementen besteht.

Wie man auch sieht, besteht die Matrix der partikulären Lösung aus negativen Elementen, so daß sich durch die Multiplikation mit dem Vektor der autonomen Investitionen eine negative partikuläre Lösung ergibt. Dieser negative Faktor wird im Zeitpunkt t = o von dem additiven Glied in der beliebigen Konstanten der homogenen Lösung gerade ausgeglichen. Die partikuläre Lösung verliert im Laufe des wirtschaftlichen Wachstums an Gewicht, so daß die Entwicklungspfade der Länder in zunehmendem Maße durch die homogene Lösung bestimmt werden.

Abschließend sollen noch die Eigenschaften für die Wachstumspfade untersucht werden, wenn die autonomen Investitionen mit einer konstanten Rate wachsen. Wir können dabei weitgehend auf die Ergebnisse der drei bisher dargestellten Fälle zurückgreifen. Wie man sich leicht überzeugen kann, sind alle Elemente bei der beliebigen Konstanten positiv und bei der partikulären Lösung negativ. Die partikuläre Lösung bereitet nun insofern Schwierigkeiten, als sie ein negatives Vorzeichen hat und im Zeitverlauf - absolut genommen - dauernd größer wird. Wenn die partikuläre Lösung, dem absoluten Betrag nach, größer wird als die homogene Lösung, ergeben sich negative Volkseinkommen. Damit dieser ökonomisch sinnlose Fall nicht

eintreten kann, muß die homogene Lösung immer größer sein als die partikuläre; also

23.58 $$(I-c-kg)^{-1}k(k^x)^{-1}(I+g)^t I_o^a < F(I+d)^t F^{-1}\left[Y_o+(I-c-kg)^{-1}k(k^x)^{-1}I_o^a\right] .$$

Damit diese Bedingung langfristig erfüllt ist, muß gelten

23.59 $$(I+g)^t < F(I+d)^t F^{-1}$$

und mit (22.33)

23.60 $$(I+g)^t < \left[I + k^{-1}(I-c)\right]^t .$$

Damit also negative Volkseinkommen vermieden werden, müssen die Wachstumsfaktoren der homogenen Lösung größer sein als die der autonomen Investitionsausgaben.

Wir hatten zu Anfang dieses Abschnittes bereits die Frage gestellt, wie sich die Berücksichtigung autonomer Ausgaben auf das langfristige Gleichgewicht auswirkt. Von Interesse sind einmal die Auswirkungen auf die Niveaus der einzelnen Variablen, zum anderen auf die Wachstumsraten.

Es genügt, den Einfluß auf die Einkommensniveaus zu bestimmen, da sich für die anderen Variablen infolge der konstanten Koeffizienten dieselben Verschiebungen ergeben. Wir vergleichen dabei die homogene Lösung ohne autonome Größen mit den allgemeinen Lösungen mit autonomen Ausgaben. Autonome Größen führen zu einer Verschiebung der Einkommensniveaus der einzelnen Länder. Um einen Vergleich der Einkommensniveaus der vier Typen autonomer Größen vornehmen zu können, nehmen wir an, daß die Koeffizienten, die Anfangsbedingungen der Variablen sowie die Wachstumsraten der autonomen Größen identisch sind.

Bei konstanten autonomen Ausgaben verliert die partikuläre Lösung für großes t an Gewicht. Das Volkseinkommen der Länder wird in zunehmendem Maße durch die homogene Lösung bestimmt. Deshalb sind die Einkommensniveaus bei autonomen Konsumausgaben kleiner als bei autonomen Investitionsausgaben, während die Einkommensniveaus für die homogene Lösung ohne autonome Größen dazwischen liegen. Ähnlich, doch in ihren Auswirkungen weitreichender, sind wachsende autonome Ausgaben. Sind die Wachstumsraten der autonomen Größen kleiner als die dominierende Wachstumsrate der homogenen Lösung, dann ergeben sich analoge Schlußfolgerungen wie bei konstanten Größen. Wächst dagegen eine autonome Größe schneller als die dominierende Wachstumsrate der homogenen Lösung, dann ist ein Vergleich nicht mehr

ohne weiteres möglich. Bei autonomen Konsumausgaben sind jetzt die Einkommensniveaus größer als bei der homogenen Lösung; bei autonomen Investitionen können sich negative, d.h. ökonomisch sinnlose Einkommensniveaus ergeben[1].

Dies ist insofern ein eigenartiges Ergebnis, als je nachdem konstante oder wachsende autonome Größen auftreten, die Wachstumspfade im Vergleich zur homogenen Lösung einmal nach oben und einmal nach unten verschoben werden, wenn die autonomen Größen schneller wachsen als die homogene Lösung. Konstante autonome Konsumausgaben z.B. führen in diesem Fall zu einer Verschiebung nach unten, während wachsende autonome Konsumausgaben eine Verschiebung nach oben mit sich bringen können.

Welchen Einfluß haben nun die autonomen Größen auf die Wachstumsraten der Volkseinkommen in den einzelnen Ländern? Auf Grund der bisherigen Überlegungen ist die Antwort auf diese Frage nicht allzu schwierig. Konstante autonome Ausgaben beeinflussen zwar die beliebige Konstante der homogenen Lösung, haben jedoch keinen Einfluß auf die charakteristischen Wurzeln der homogenen Lösung, so daß sich ihre Auswirkungen in einer Verschiebung der Niveaus der Variablen erschöpft. In bezug auf die langfristige Wachstumsrate des Systems ergeben sich somit gegenüber dem Grundmodell keine prinzipiellen Unterschiede.

Anders dagegen verhält es sich bei wachsenden autonomen Größen. Betrachten wir zunächst die autonom wachsenden Konsumausgaben. Sind ihre Wachstumsraten in den einzelnen Ländern kleiner als die maximale charakteristische Wurzel der homogenen Lösung, dann bestimmt weiterhin die letztere die zeitliche Entwicklung der Volkseinkommenspfade, und es ist möglich, daß die Volkseinkommen aller Länder mit derselben Rate wachsen. Sind die Wachstumsraten der autonomen Konsumausgaben jedoch größer[2] als die der homogenen Lösung, dann ist ein gleichmäßiges Wachstum aller Länder nicht möglich, da die autonomen Größen in jedem Land mit einer unterschiedlichen Rate wachsen. Für die autonom wachsenden Investitionsausgaben gelten im Prinzip dieselben Überlegungen. Wenn jedoch die autonomen Investitionsausgaben schneller wachsen als die homogene Lösung, ergeben sich - wie bereits erwähnt - früher oder später negative Volkseinkommensgrößen, da die partikuläre Lösung ein negatives Vorzeichen hat.

---

1) Vergl. die Bedingung (23.60) für positive Volkseinkommen.
2) Es genügt, wenn eine der Wachstumsraten größer ist.

24 ÄNDERUNGEN DER STRUKTUR DES GRUNDMODELLS

241 Wirkungen einer Variation der Modellparameter und der autonomen Größen auf die Modellstruktur

Wir haben bisher eine möglichst allgemeine Formulierung angestrebt und unterstellt, daß zwischen allen am Handel beteiligten Ländern jeweils beide Güter ausgetauscht werden und daß die Modellparameter konstant sind. Diese Annahmen sollen nun aufgehoben werden. In diesem Abschnitt wollen wir darauf eingehen, wie sich eine einmalige Änderung der Elemente der Matrizen der Konsumquoten, der partiellen Kapitalkoeffizienten oder der autonomen Größen auf das System auswirkt. Die Ableitungen im einzelnen darzustellen, würde zu weit führen. Wir wollen deshalb nur kurz die Ergebnisse von M. Brown und R. Jones[1] zusammenfassen. Das ihren Überlegungen zugrunde liegende Modell ist ein Mehr-Länder-, Zwei-Sektoren-Modell mit autonom wachsenden Konsumausgaben; es entspricht - bis auf einige Annahmen, die aber für die Ergebnisse keine Rolle spielen - unserem Grundmodell mit autonom wachsenden Konsumausgaben. Durch die allgemeine Interdependenz in dem Modell ist zu erwarten, daß sich die Variation eines Koeffizienten auf das ganze System ausbreitet und zu veränderten Wachstumspfaden für die Volkseinkommen aller Länder führt. Die beiden Autoren gehen von einer Situation aus, bei der die homogene Lösung verschwindet und die partikuläre Lösung die Wachstumspfade der Länder determiniert, und leiten folgende Ergebnisse ab.

Die Erhöhung eines partiellen Kapitalkoeffizienten führt ceteris paribus zu einem größeren Volkseinkommen in allen Ländern, also zu einer Verschiebung der Wachstumspfade nach oben. Dieselben Wirkungen hat die Erhöhung einer marginalen Konsumquote oder einer autonomen Größe. Wenn andererseits die absolute Erhöhung eines partiellen Kapitalkoeffizienten auf der Diagonalen, k_{ii}, der die Nachfrage nach inländischen Kapitalgütern bestimmt, gleich ist der Verminderung eines Kapitalkoeffizienten in dieser Spalte, k_{si}, der die Importe aus einem anderen Land determiniert, ergeben sich zwei entgegengesetzte Wirkungen; die erstere führt zu einer Erhöhung der Volkseinkommen in allen Ländern, letztere bewirkt eine Abnahme der Volkseinkommen. Der Nettoeffekt für das Land i ist positiv, während sich im Land s eine Verminderung des Volkseinkommens ergibt.

---

1) M. Brown und R. Jones, a.a.O., S. 93 - 95 .

Die von Brown und Jones abgeleiteten Ergebnisse sind insofern interessant, als sie mögliche Ansatzpunkte für die wirtschaftspolitische Verwendung der Modelle aufzeigen. Die numerische Durchrechnung ähnlicher Modelle durch H. Klimesch[1] ist durchaus als beispielhafte Fortsetzung dieser allgemeinen Ergebnisse zu verstehen. Auf die wirtschaftspolitische Relevanz des Modells kommen wir an anderer Stelle zurück.

242 Sonderfälle

Während im vorigen Abschnitt die Wirkungen marginaler Änderungen der Modellparameter auf die Volkseinkommenspfade dargestellt wurden, sollen jetzt weitergehende Änderungen vorgenommen werden, nämlich die Nullsetzung von Parametern, so daß einzelne Güterströme ganz verschwinden[2]. Diese als Sonderfälle zu bezeichnenden Variationen bedürfen einer besonderen Begründung. Die Güterströme zwischen den Ländern werden in dem Modell zwar der Höhe nach, nicht jedoch dem Grunde nach erklärt. Wenn einzelne Güterströme bereits im Ausgangszeitpunkt nicht existieren, kann dies beispielsweise durch prohibitive Maßnahmen, durch mangelnde Nachfrage im anderen Land, durch ungünstige Produktionsverhältnisse, oder dadurch, daß nur nichttransportierbare Güter erzeugt werden, verursacht sein. Für einzelne Modifikationen bietet sich eine weitere Möglichkeit der Interpretation an. Man geht davon aus, daß ein Land im Vergleich zum "Rest der Welt" sehr klein ist, so daß die Rückwirkungen auf den "Rest der Welt" vernachlässigt werden können. Dies ist eine in der Theorie des internationalen Handels gebräuchliche Annahme[3]. Da die Modellstrukturen bei der allgemeinen Matrizenschreibweise im einzelnen nicht deutlich werden, sollen die folgenden Modellvariationen an Hand eines Zwei-Länder-Modells dargestellt werden.

2421 Modellstrukturen der Spezialfälle

Wir gehen zunächst auf die Fälle ein, bei denen aus einem der zuerst ge-

---

1) H. Klimesch, a.a.O., S.58. - 2) Von autonomen Größen sehen wir ab.
3) Für dynamische Analysen ist diese Annahme problematisch. Wächst nämlich das kleinere Land schneller als der "Rest der Welt", dann verändern sich im Zeitverlauf die Proportionen, so daß die Annahme über die verschwindenden Rückwirkungen unrealistisch wird.

nannten Gründe ein oder mehrere Güterströme fehlen. Werden zwischen den Ländern nur Konsumgüter ausgetauscht, dann sind k_{12} und k_{21} gleich null, und für das Gleichungssystem erhält man

24.1
$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & o \\ o & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t+1}-Y_{1,t} \\ Y_{2,t+1}-Y_{2,t} \end{bmatrix} .$$

Als weitere Möglichkeit unterstellen wir, daß nur Investitionsgüter gehandelt werden. Wir erhalten dann

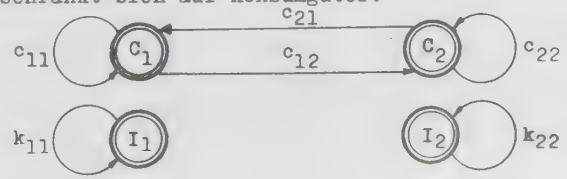
24.2
$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & o \\ o & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t+1}-Y_{1,t} \\ Y_{2,t+1}-Y_{2,t} \end{bmatrix} .$$

Diese Sonderfälle lassen sich auch auf r Länder übertragen. Dann werden die Matrizen der Konsumquoten bzw. der partiellen Kapitalkoeffizienten zu Diagonalmatrizen, wobei die Diagonale mit den Konsumneigungen bzw. Kapitalkoeffizienten für im Inland hergestellte Güter besetzt sind.

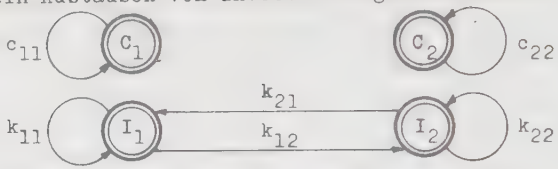
Wenn weder Konsum- noch Investitionsgüter ausgetauscht werden, ergibt sich der Fall zweier isolierter Länder. Das Gleichungs-"System" lautet

24.3
$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & o \\ o & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & o \\ o & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t+1}-Y_{1,t} \\ Y_{2,t+1}-Y_{2,t} \end{bmatrix} .$$

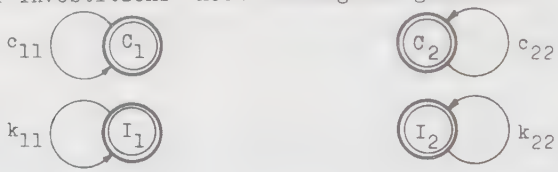
Darüberhinaus ist es bei r Ländern möglich, die verschiedenen Fälle zu kombinieren. Bei drei Ländern beispielsweise können Land 1 und Land 2 sowohl Konsum- als auch Investitionsgüter, während Land 1 und 3 nur Investitionsgüter und Land 2 und 3 nur Konsumgüter austauschen. Der Kombinatorik sind dabei kaum Grenzen gesetzt. Es kommt jedoch nicht darauf an, alle Möglichkeiten auszuschöpfen, sondern nur einige charakteristische Fälle zu analysieren. Diese Modellvariationen lassen sich übersichtlich durch folgende Graphiken veranschaulichen, in die die Güterströme eingezeichnet sind. Der Konsumgütersektor ist mit C_i, der Investitionsgütersektor mit I_i und die entsprechenden Güterströme mit den Parametern aus den mathematischen Modellen bezeichnet.
Der Handel beschränkt sich auf Konsumgüter:



Es findet nur ein Austausch von Investitionsgütern statt:



Es werden weder Investitions- noch Konsumgüter gehandelt:



Wir skizzieren nun kurz die Modellansätze, die die Rückwirkungen aus dem Ausland nicht berücksichtigen. Obwohl das Augenmerk nur einem Land gilt, ist es doch sinnvoll, ein Modell zu verwenden, bei dem die Welt in Land 1 und den "Rest der Welt" - im folgenden mit dem Index 2 bezeichnet - eingeteilt ist. Dabei sollen die Exporte des Landes 1 vom Volkseinkommen des "Restes der Welt" abhängen, während sich dieser so entwickeln soll, wie wenn er völlig isoliert wäre. Für den "Rest der Welt" sind also nur c_{22} und k_{22} relevant, während bei Land 1 c_{11}, c_{12}, k_{12}, k_{22} in die Überlegungen einbezogen werden müssen.

Die Annahme, daß die Exporte des Landes 1 vom Volkseinkommen des "Restes der Welt" abhängen, bedeutet nichts anderes, als daß die Exporte dieses Landes autonom wachsen. Man könnte natürlich diese autonome Wachstumsrate der Exporte unmittelbar einführen, jedoch wird es bei der von uns vorgezogenen Darstellungsweise deutlicher, daß es sich bei dieser Modellgruppe um Sonderfälle des Grundmodells handelt.

Wenn Konsum- und Investitionsgüter ausgetauscht werden, dann ergibt sich

24.4
$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ o & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ o & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t+1}-Y_{1,t} \\ Y_{2,t+1}-Y_{2,t} \end{bmatrix}$$

oder

24.5
$$\begin{aligned} Y_{1,t} &= c_{11}Y_{1,t}+c_{12}Y_{2,t}+k_{11}(Y_{1,t+1}-Y_{1,t})+k_{12}(Y_{2,t+1}-Y_{2,t}) \\ Y_{2,t} &= c_{22}Y_{2,t}+k_{22}(Y_{2,t+1}-Y_{2,t}) \quad . \end{aligned}$$

Werden nur Konsumgüter ausgetauscht, dann folgt

$$24.6 \qquad \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ o & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & o \\ o & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t+1}-Y_{1,t} \\ Y_{2,t+1}-Y_{2,t} \end{bmatrix} .$$

Beschränkt sich der Handel auf Investitionsgüter, dann wird aus dem Grundmodell

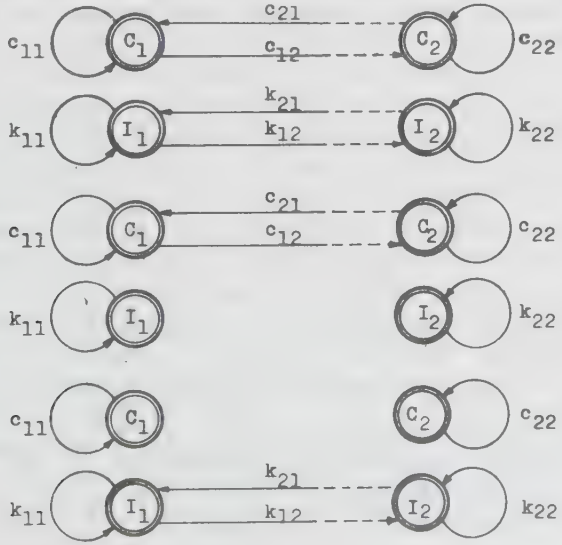
$$24.7 \qquad \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & o \\ o & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ o & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t+1}-Y_{1,t} \\ Y_{2,t+1}-Y_{2,t} \end{bmatrix} .$$

Wie man sich leicht vergewissern kann, ist die Einkommensgleichung des "Restes der Welt" bei den verschiedenen Modellvariationen gleich. Sie lautet in allen Fällen

$$24.8 \qquad Y_{2,t} = c_{22}Y_{2,t} + k_{22}(Y_{2,t+1}-Y_{2,t}) .$$

Man erkennt nun außerdem, daß das Volkseinkommen von Land 1 von dem des "Restes der Welt" abhängig ist, daß aber die umgekehrte Abhängigkeit nicht gilt.

Im folgenden ist der Versuch gemacht worden, diese Fälle graphisch darzustellen. Für den "Rest der Welt" sind nur die internen Güterströme relevant, während für Land 1 sowohl die internen als auch die Außenhandelsströme von Bedeutung sind; auf der rechten Seite sind deshalb die internationalen Güterströme gestrichelt gezeichnet.



2422 Die allgemeine Lösung

Die Wachstumspfade der Variablen weisen im Grundmodell interessante Eigenschaften auf. Wir haben nun beispielhaft einige Sonderfälle beschrieben, bei denen einzelne Güterströme nicht auftreten. Im Unterschied zum Grundmodell enthalten die Matrizen der Parameter Nullelemente. Zwei Fälle sind zu unterscheiden, je nachdem die Matrizen zerlegbar sind oder nicht. Sind sie unzerlegbar, dann ergeben sich gegenüber dem Grundmodell keine besonderen Schwierigkeiten. Bei der Lösung können aber dann Probleme auftreten, wenn die Matrizen zerlegbar sind, so daß die allgemeine Interdependenz in dem Gleichungssystem aufgehoben ist; insbesondere brauchen dann die dynamischen Eigenschaften des Systems nicht mehr für alle Variablen gemeinsam zu sein[1]. Die Wachstumspfade einzelner Länder können sich dann mit einer unterschiedlichen Rate entwickeln. Eine Matrix ist dann zerlegbar, wenn eine Permutationsmatrix existiert, für die gilt

$$gAg^T = \begin{bmatrix} A_1 & \vdots & A_2 \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & \vdots & A_4 \end{bmatrix},$$

wobei die Diagonale entweder aus einzelnen Elementen oder quadratischen Matrizen besteht[2]. Neben dem bereits behandelten Fall (Grundmodell), bei dem alle Elemente der Matrizen größer als null sind und die Matrix deshalb unzerlegbar ist, sind noch zwei Fälle zu unterscheiden[3]:

- die Matrix enthält neben den positiven Elementen auch solche, die gleich null sind, ist aber trotzdem unzerlegbar;
- die Matrix besteht aus positiven und Nullelementen und ist zerlegbar.

Das Kriterium der Zerlegbarkeit wird an die Kehrmatrix $(I-c)^{-1}k$ angelegt. Unterstellen wir zunächst, daß die Kehrmatrix zwar Nullelemente hat, jedoch unzerlegbar ist; dann kann das Debreu-Herstein Theorem unverändert angewandt werden[4]. Das bedeutet, daß die oben gemachten Ausführungen über die Existenz einer positiven Lösung sowie über das langfristige Verhalten der Variablen hier ebenfalls zutreffen. Auch wenn die Kehrmatrix zerlegbar ist, lassen sich über die charakteristischen Wurzeln und Vektoren einige Aussagen machen. Dann existiert nämlich eine charakteristische Wurzel $d_1' \geq 0$, die mit einem charakteristischen Vektor $F_1 \geq 0$ verbunden werden kann. Sie ist größer oder gleich allen anderen charakteristischen Wurzeln absolut genommen; es ist also $d_1' \geq |d_j'|$[5]. Auch hier gilt wieder, daß $d_1 = 1/d_1'$ ist. Mit einigen Einschränkungen gelten die Überlegungen zur Existen

---

1) Vergl.dazu A.S.Goldberger, Impact Multipliers and Dynamic Properties of the Klein-Goldberger Model, Amsterdam 1959, S. 134.
2)3) Vergl. T.Yamane, a.a.O., S. 335 ff.
4) Vergl. G.Debreu, J.N.Herstein, a.a.O., S. 598.
5) G.Debreu, J.N.Herstein, a.a.O., S. 600.

und Stabilität des langfristigen Gleichgewichts auch hier. Enthält jedoch der charakteristische Vektor, der mit d_1 verbunden ist, Nullelemente, dann müssen die bisherigen Aussagen über das langfristige Verhalten der Modellvariablen modifiziert werden. In der Lösungsgleichung für einzelne Variable taucht dann d_1 nicht auf, mit der Konsequenz, daß diese Variablen langfristig ein anderes dynamisches Verhalten zeigen. Weitergehende Einblicke in das langfristige Verhalten der Wachstumspfade der Sonderfälle gewinnt man durch die explizite Darstellung der Lösungen der Differenzengleichungen für beide Länder.

2423 Explizite Lösung einiger Sonderfälle

Während es für Modelle, in denen beide Güter zwischen allen Ländern ausgetauscht werden, selbst für den Zwei-Länder-Fall außerordentlich langwierig ist, eine Lösung abzuleiten, die zudem noch wenig aussagefähig ist, können einige der Sonderfälle relativ einfach gelöst werden. Dies gilt vor allem für die drei Fälle, in denen die Rückwirkungen aus dem Ausland vernachlässigt werden und die zunächst behandelt werden sollen. Aus der allgemeinen Formulierung des Grundmodells (22.23) erhält man nach einigen Umformungen

$$24.8 \qquad Y_{t+1} = \left(I + k^{-1}(I-c) \right) Y_t \ .$$

Setzt man die Parameter des Gleichungssystems (24.4), wenn sowohl Konsum- als auch Investitionsgüter gehandelt werden, in (24.8) ein, dann ergibt sich

$$24.9 \ (I) \qquad \begin{bmatrix} Y_{1,t+1} \\ Y_{2,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-c_{11}+k_{11}}{k_{11}} & \frac{-c_{12}+k_{12}}{k_{11}} - \frac{k_{12}(1-c_{22}+k_{22})}{k_{11}\,k_{22}} \\ 0 & \frac{1-c_{22}+k_{22}}{k_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix}$$

oder

$$24.10 \qquad \begin{aligned} Y_{1,t+1} &= \frac{1-c_{11}+k_{11}}{k_{11}} Y_{1,t} + \left(\frac{-c_{12}+k_{12}}{k_{11}} - \frac{k_{12}(1-c_{22}+k_{22})}{k_{11}\,k_{22}} \right) Y_{2,t} \\ Y_{2,t+1} &= \frac{1-c_{22}+k_{22}}{k_{22}} Y_{2,t} \ . \end{aligned}$$

Bevor wir die Lösung dieser beiden Gleichungen angeben, sollen noch kurz die anderen beiden Fälle dargestellt werden. Werden nur Konsumgüter ausgetauscht, folgt mit (24.8) und mit den Koeffizientenmatrizen von (24.6)

24.11 (II)
$$\begin{bmatrix} Y_{1,t+1} \\ Y_{2,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-c_{11}+k_{11}}{k_{11}} & -\frac{c_{12}}{k_{11}} \\ o & \frac{1-c_{22}+k_{22}}{k_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix}$$

oder

24.12
$$Y_{1,t+1} = \frac{1-c_{11}+k_{11}}{k_{11}} Y_{1,t} - \frac{c_{12}}{k_{22}} Y_{2,t}$$
$$Y_{2,t+1} = \frac{1-c_{22}+k_{22}}{k_{22}} Y_{2,t} .$$

Beschränkt sich der Handel auf Investitionsgüter, dann ergibt sich aus (24.8) und (24.7)

24.13 (III)
$$\begin{bmatrix} Y_{1,t+1} \\ Y_{2,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-c_{11}+k_{11}}{k_{11}} & \frac{k_{12}}{k_{11}} - \frac{k_{12}(1-c_{22}+k_{22})}{k_{11}\,k_{22}} \\ o & \frac{1-c_{22}+k_{22}}{k_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix}$$

oder

24.14
$$Y_{1,t+1} = \frac{1-c_{11}+k_{11}}{k_{11}} Y_{1,t} + \left(\frac{k_{12}}{k_{11}} - \frac{k_{12}(1-c_{22}+k_{22})}{k_{11}\,k_{22}}\right) Y_{2,t}$$
$$Y_{2,t+1} = \frac{1-c_{22}+k_{22}}{k_{22}} Y_{2,t} .$$

Wie man leicht sieht, ist die Struktur aller drei Gleichungssysteme identisch. Das Volkseinkommen des "Restes der Welt" ist also von dem des Landes 1 völlig unabhängig; dagegen hängt das Volkseinkommen des Landes 1 in der Periode t+1 sowohl vom eigenen als auch vom Volkseinkommen des "Restes der Welt" in der Periode t ab. Um alle drei Fälle zusammen analysieren zu können, setzen wir für die Elemente der Matrizen die Buchstaben U, V_i und W

$$\begin{bmatrix} U & V_i \\ o & W \end{bmatrix} ,$$

wobei i = I, II, III ist und sich auf die Gleichungen (24.9), (24.11)

und (24.13) bezieht. U und W sind in allen drei Fällen gleich; dagegen variiert V_i, je nachdem welche Güter ausgetauscht werden. Damit erhält man für die drei Fälle das vereinfachte System

$$24.15 \qquad \begin{bmatrix} Y_{1,t+1} \\ Y_{2,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U & V_i \\ o & W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix}$$

oder

$$24.16 \qquad \begin{aligned} Y_{1,t+1} &= UY_{1,t} + V_i Y_{2,t} \\ Y_{2,t+1} &= WY_{2,t} \end{aligned} .$$

Aus diesen beiden Differenzengleichungen lassen sich die Wachstumspfade der Volkseinkommen ermitteln. Für den "Rest der Welt" ergibt sich ein stets positiver Wachstumspfad des Volkseinkommens, nämlich

$$24.17 \qquad Y_{2,t} = Y_{2,o} W^t .$$

Bei Land 1 muß die homogene und die partikuläre Lösung, die mit h bzw. p bezeichnet werden, gesucht werden. Erstere lautet

$$24.18 \qquad Y^h_{1,t} = B U^t ,$$

wobei B eine beliebige Konstante ist. Die partikuläre Lösung wird für einen Ansatz der Form $Y^p_{1,t} = Q Y_{2,o} W^t$ zu[1)]

$$24.19 \qquad Y^p_{1,t} = \frac{V_i}{W-U} Y_{2,o} W^t .$$

Aus der homogenen und der partikulären Lösung und unter Berücksichtigung des Anfangsvolkseinkommens des Landes 1 im Zeitpunkt t = o folgt

$$24.20 \qquad Y_{1,t} = (Y_{1,o} - Y_{2,o} \frac{V_i}{W-U}) U^t + \frac{V_i}{W-U} Y_{2,o} W^t .$$

Das Volkseinkommen des "Restes der Welt" wächst in allen drei Fällen nach Gleichung (24.17) mit der Rate $W - 1 = \frac{1-c_{22}}{k_{22}}$.

---

1) Setzt man $Y^p_{1,t} = QY_{2,o} W^t$ und (24.17) in die erste Gleichung von (24.16) ein, dann erhält man

$$Q(Y_{2,o} W^{t+1} - UY_{2,o} W^t) = V_i Y_{2,o} W^t \quad \text{oder} \quad Q = \frac{V_i Y_{2,o} W^t}{Y_{2,o} W^{t+1} - UY_{2,o} W^t} = \frac{V_i}{W-U} .$$

Die Wachstumsbedingungen für das Land 1 sind verwickelter, da sie durch zwei Wachstumsraten und die Vorzeichen von W - U und V_i bestimmt werden. In den drei Fällen erhält man für V_i

$$V_I = \frac{-c_{12}k_{22} + k_{12}(c_{22}-1)}{k_{11}\,k_{22}} < 0$$

24.21 $$V_{II} = -\frac{c_{12}\,k_{22}}{k_{11}\,k_{22}} < 0$$

$$V_{III} = \frac{k_{12}(c_{22}-1)}{k_{11}\,k_{22}} < 0 \quad .$$

V_i ist also immer negativ. Da in den Matrizen der Gleichungssysteme (24.9), (24.11) und (24.13) negative Elemente vorkommen, kann man in diesen drei Fällen das Theorem von Debreu-Herstein über nicht-negative, zerlegbare Matrizen direkt nicht anwenden; wir müßten stattdessen wieder auf die Kehrmatrix $(I-c)^{-1}k$ zurückgreifen. Wir verzichten darauf und untersuchen das dynamische Verhalten der Variablen im einzelnen.

Es sind nun zwei Fälle[1] zu unterscheiden, je nachdem $U \gtrless W$ oder $\frac{1-c_{11}}{k_{11}} \gtrless \frac{1-c_{22}}{k_{22}}$ ist, d.h. je nachdem die interne Wachstumsrate des Landes 1 größer oder kleiner ist als die Wachstumsrate des "Restes der Welt".

- Wenn die Wachstumsrate des "Restes der Welt" kleiner ist als die interne Wachstumsrate des Landes 1, $W - 1 < U - 1$, dann bleibt das Volkseinkommen des Landes 1 auf lange Frist nur dann positiv, wenn $(Y_{1,o} - Y_{2,o}\frac{V_i}{W-U}) > 0$ ist.
- Ist dagegen $W - 1 > U - 1$, dann wird - je nach den Variablen- und Parameterwerten - das Volkseinkommen des Landes 1 von einem bestimmten Zeitpunkt an negativ.

Wie man sieht, existiert bei diesen drei Modellvariationen jeweils nur ein Wachstumspfad des Volkseinkommens, bei dem dieses auf die Dauer nicht negativ wird, dann nämlich, wenn die Wachstumsrate des "Restes der Welt" kleiner als die des Landes 1 und $Y_{1,o} - Y_{2,o}\frac{V_i}{W-U}$ positiv ist. Die letzte Bedingung schreiben wir z.B. für $V_{II} = -\frac{c_{12}}{k_{11}}$ ausführlich und erhalten

24.22 $$Y_{1,o} + Y_{2,o}\,\frac{c_{12}k_{22}}{k_{22}(c_{11}-1) + k_{11}(1-c_{22})} \quad .$$

---

1) Für U = W ergibt die Gleichung (24.20) keine Werte für $Y_{1,t}$.

Dieser Ausdruck ist positiv, wenn der Nenner positiv ist. Ist der Nenner negativ, dann ist das zweite Glied in (24.22) ebenfalls negativ, so daß der gesamte Ausdruck negativ werden kann. Ähnliche Überlegungen gelten für die anderen beiden Fälle (V_I und V_{III}).

Welche Auswirkungen ergeben sich in diesen drei Fällen, die durch V_i charakterisiert werden, auf das Einkommensniveau des Landes 1? Wie man aus den Beziehungen (24.21) sieht, ist $V_I < V_{II}$ und $V_I < V_{III}$. Für V_{II} und V_{III} lassen sich ohne Kenntnis der numerischen Werte für die Parameter keine Aussagen machen; es ist $V_{II} \gtreqless V_{III}$, je nachdem $-c_{12}k_{22} \gtreqless k_{12}(c_{22}-1)$ ist. Unter einigermaßen realistischen Annahmen[1] dürfte $V_{II} < V_{III}$ sein, so daß sich schließlich

$$V_I < V_{II} < V_{III}$$

ergibt. Formt man Gleichung (24.20) etwas um, dann erhält man

$$24.23 \qquad Y_{1,t} = Y_{1,o}U^t + (W^t - U^t)Y_{2,o}\frac{V_i}{W-U} \quad .$$

Bei dieser Gleichung wird der Einfluß von V_i [2] auf das Einkommensniveau deutlich. Da das Glied, das den Faktor V_i enthält, immer negativ[3] ist, ist das Einkommensniveau des Landes 1 um so kleiner, je kleiner V_i ist. Unter den Voraussetzungen des Modells ist das Einkommensniveau des Landes 1 am niedrigsten, wenn sowohl Konsum- als auch Investitionsgüter gehandelt werden. Bei nicht zu extremen Parameterwerten ist das Einkommensniveau im Fall III, wenn nur Investitionsgüter gehandelt werden, größer als im Fall II, wenn nur Konsumgüter ausgetauscht werden. Dieser Vergleich des Einkommensniveaus in den drei Fällen impliziert, daß z.B. durch den Übergang von einer zur anderen Modellvariation keine Änderungen bei den anderen Parametern auftreten, daß also z.B. c_{11}, die Konsumquote von im Inland produzierten Gütern, immer gleich bleibt.

Abschließend sollen noch einige Bemerkungen zur Entwicklung der Wachstumsrate des Volkseinkommens im Zeitverlauf gemacht werden. Schreibt man die Gleichung (24.20) vereinfachend als

$$24.24 \qquad Y_{1,t} = L_1U^t + L_2W^t \quad ,$$

---

1) Z.B. $3 = k_{22} > k_{12} = 1$ und $0{,}8 = c_{22} > c_{12} = 0{,}2$

2) V_i ist negativ.

3) Vorausgesetzt, daß $W > 0$ und $U > 0$ sind.

wobei $L_1 = Y_{1,o} - Y_{2,o}\frac{V_i}{W-U}$, $L_2 = \frac{V_i}{W-U} Y_{2,o}$ bedeuten, dann erhält man für die Wachstumsraten des Volkseinkommens

$$24.25 \qquad \frac{Y_{1,t+1}-Y_{1,t}}{Y_{1,t}} = \frac{L_1U^{t+1} + L_2W^{t+1}}{L_1U^t + L_2W^t} - 1 \quad .$$

Wie man sieht, ist die Wachstumsrate im Zeitverlauf nicht konstant, sondern verändert sich je nachdem W größer oder kleiner als U ist, bzw. je nach den Vorzeichen von L_1 und L_2.

- Wenn die Wachstumsrate des "Restes der Welt" größer ist als die interne Rate des Landes 1, dann ist $W > U$, $L_1 > 0$ und $L_2 < 0$. Die Wachstumsrate des Landes 1 nimmt im Laufe der Zeit ab.
- Ist andererseits $W < U$, dann sind zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem L_1 größer oder kleiner null ist.

-- $L_1 > 0$ und $L_2 > 0$: Die Wachstumsrate des Landes 1 nimmt zu.
-- $L_1 < 0$ und $L_2 > 0$: Die Wachstumsrate des Landes 1 nimmt ab.

Wir konnten bei den bisher behandelten drei Modellvariationen einige konkrete Aussagen über die Eigenschaften der Wachstumspfade und der Wachstumsraten machen, ohne daß für die Parameter numerische Werte eingesetzt werden mußten. Dadurch jedoch, daß die Matrizen der betrachteten Systeme zerlegbar sind, waren die dynamischen Eigenschaften nicht mehr für alle Variablen gleich wie bei dem Modell mit allgemeiner Interdependenz, sondern sie verändern sich nach jeweils eigenen Mustern.

Wir wollen nun die anderen oben erwähnten Fälle kurz betrachten. Dabei gehen wir wieder von der allgemeinen Formulierung (24.8) aus und setzen die typischen Parameterwerte ein. Wenn zwischen den beiden Ländern wohl Konsumgüter aber keine Investitionsgüter ausgetauscht werden, ergibt sich

$$24.26 \qquad \begin{bmatrix} Y_{1,t+1} \\ Y_{2,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-c_{11}+k_{11}}{k_{11}} & \frac{-c_{12}+k_{12}}{k_{11}} \\ \frac{-c_{21}+k_{21}}{k_{22}} & \frac{1-c_{22}+k_{22}}{k_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix}$$

oder

$$24.27 \qquad \begin{aligned} Y_{1,t+1} &= \frac{1-c_{11}+k_{11}}{k_{11}} Y_{1,t} + \frac{-c_{12}+k_{12}}{k_{11}} Y_{2,t} \\ Y_{2,t+1} &= \frac{-c_{21}+k_{21}}{k_{22}} Y_{1,t} + \frac{1-c_{22}+k_{22}}{k_{22}} Y_{2,t} \quad . \end{aligned}$$

Wir haben also ein simultanes System von Differenzengleichungen, dessen Lösung sehr komplexe Ausdrücke ergeben würde, die nicht ohne weiteres das dynamische Verhalten der Variablen erkennen lassen. Ähnliche Schlußfolgerungen ergeben sich, wenn nur Investitionsgüter gehandelt werden. In diesen Fällen muß man sich entweder mit den Ergebnissen der allgemeinen Lösung begnügen, oder man muß Beispiele mit numerischen Werten durchrechnen, um weitergehende Einblicke zu gewinnen.

Für den Fall, daß weder Konsum- noch Investitionsgüter ausgetauscht werden, d.h. im Fall zweier isolierter Länder, erhält man

$$24.28 \qquad \begin{bmatrix} Y_{1,t+1} \\ Y_{2,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & o \\ o & k_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1-c_{11}+k_{11} & o \\ o & 1-c_{22}+k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix}$$

oder

$$24.29 \qquad \begin{aligned} Y_{1,t+1} &= \frac{1-c_{11}+k_{11}}{k_{11}} \; Y_{1,t} \\ Y_{2,t+1} &= \frac{1-c_{22}+k_{22}}{k_{22}} \; Y_{2,t} \quad . \end{aligned}$$

Die Lösungsgleichungen für die Volkseinkommen der beiden Länder lauten

$$24.30 \qquad \begin{aligned} Y_{1,t} &= \left(1 + \frac{1-c_{11}}{k_{11}}\right)^t Y_{1,o} \\ Y_{2,t} &= \left(1 + \frac{1-c_{22}}{k_{22}}\right)^t Y_{2,o} \quad . \end{aligned}$$

Wie man sieht, entwickeln sich die Volkseinkommen völlig unabhängig voneinander.

Abschließend soll noch kurz auf den Fall eingegangen werden, wenn alle Kapitalkoeffizienten null sind. Dann findet in keinem der Länder eine Produktion von Kapitalgütern statt. Abweichend von den bisher behandelten Sonderfällen unterstellen wir in jedem der r Länder konstante autonome Konsumausgaben[1]. Dann lautet das Gleichungssystem für die Volkseinkommen

$$24.31 \qquad Y_t = cY_t + C_t^a \quad .$$

Daraus ergibt sich

$$24.32 \qquad Y_t = (I - c)^{-1} C_t^a \quad .$$

---

1) Diese Annahme ist notwendig, um überhaupt zu einer Lösung zu kommen, die Multiplikatoren enthält.

Das Gleichgewichtseinkommen in den einzelnen Ländern wird durch den Matrizenmultiplikator $(I-c)^{-1}$ bestimmt, der auch darüber entscheidet, ob die Gleichgewichtseinkommen einen endlichen Wert annehmen. Wie wir bereits früher gesehen haben, hat die Kehrmatrix $(I-c)^{-1}$ lauter positive Elemente, sofern sie bestimmte Voraussetzungen erfüllt. Das heißt, daß dann auch die Volkseinkommen der Länder positiv sind und einen bestimmten Gleichgewichtswert annehmen. Diese Zusammenhänge sind in der Literatur ausführlich diskutiert worden[1].

25 DOGMENGESCHICHTLICHE ANMERKUNGEN

251 Alternative Entwicklungen

In aller Kürze wollen wir abschließend noch einige dogmengeschichtliche Bemerkungen machen. Wir begnügen uns dabei mit dem Hinweis auf einige Außenhandelsmodelle, die auf fixen Kapitalkoeffizienten aufbauen und in der Harrod-Domar-Tradition stehen. Im Vergleich zu unserem Ansatz handelt es sich jedoch im allgemeinen um Modelle, deren Struktur wesentlich einfacher ist, die sich aber für die Behandlung wirtschaftspolitischer Fragestellungen besser eignen.

Den Anfang, Außenhandelswachstumsmodelle auf der Grundlage von Harrod-Domar-Modellen zu konzipieren, machte H. G. Johnson bereits 1953[2]. Er analysierte nacheinander ein Ein- und ein Zwei-Länder-Modell unter verschiedenen Hypothesen, insbesondere unter Berücksichtigung des Importgehalts der Investitionen - wir kommen darauf zurück -, des Importgehalts der inländischen Produktion und von Zinszahlungen. Eine Interpretation dieses Ansatzes mittels numerischer Beispiele findet sich bei P. Reiter[3]. Bei diesen Modellen wird die Entwicklung des sich im allgemeinen ergebenden Außenhandelssaldos ohne weitere Analyse hingenommen. In verschiedenen Aufsätzen werden nun die Wirkungen von Kapitalexporten auf das wirtschaftliche Wachstum - sei es als Folge von Handelsbilanzsalden oder autonomen

---

1) Vergl. insbesondere R.M.Goodwin, The Multiplier as Matrix, in:Economic Journal, Vol.LIX, 1949, S.537-555; L.A.Metzler, A Multiple-Region Theory of Income and Trade, in: Econometrica, Vol.18, 1950,S.329-354; J.S.Chipman, The Multi-Sector Multiplier, in:Econometrica,Vol.18,1950, S.355 - 374.
2) H.G.Johnson, a.a.O.
3) P.Reiter, a.a.O.

Kapitalexporten - weiter untersucht. Hier ist insbesondere die Arbeit von F. Abb[1] und die Diskussion zwischen R. J. Ball und K. Kaizuka zu nennen[2].

Einige interessante Außenhandelsmodelle mit fixen Kapitalkoeffizienten bzw. Produktionskoeffizienten finden sich bei Tinbergen/Bos[3]; ihr Hauptanliegen besteht in der Nutzbarmachung von Wachstumsmodellen für wirtschaftspolitische Entscheidungen; trotzdem fehlen explikative Modelle nicht völlig. So werden beispielsweise in einem Mehrsektorenmodell mit einem Kapitalgut und mehreren Konsumgütern die Wachstumspfade der einzelnen Sektoren skizziert, wenn die Handelsbilanz ausgeglichen ist[4]. Eindeutig im Vordergrund stehen jedoch die normativen Fragestellungen. Einige Beispiele seien kurz erwähnt. Mit Hilfe eines Input-Output-Modells mit Außenhandel wird diejenige Produktionsstruktur gesucht, die bei gegebenem Sparen im Zeitpunkt T zu einem Maximum des Volkseinkommens führt[5]. Ähnlich ist das Problem in dem folgenden Modell, in dem unter Berücksichtigung von Außenhandelsbeziehungen bei gegebenem Sparen derjenige Sektor bzw. diejenige Industrie gesucht wird, der bzw. die in einem bestimmten Zeitpunkt ein maximales Volkseinkommen realisiert[6]. Die beiden zuletzt charakterisierten Planungsmodelle sind typische Beispiele für die Anwendung theoretischer Modelle auf wirtschaftspolitische Fragestellungen. Obwohl z.B. das Volkseinkommen in einem zukünftigen Zeitpunkt maximiert werden soll, handelt es sich nicht um echte Optimierungsmodelle, wie sie in der Theorie des optimalen Wachstums betrachtet werden.

Auf ähnliche Weise versucht S. Ichimura[7] Entwicklungsprobleme auf der Grundlage von Harrod-Domar-Modellen mit Ex- und Importen zu behandeln.

---

1) F. Abb, Die Außenwirtschaft in der Modellanalyse des ökonomischen Wachstums, in:Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 114. Band, 1958, S. 476 ff., S. 480 ff.
2) R.J.Ball, Capital Imports and Economic Development:Paradoxy or Orthodoxy, in:Kyklos,Vol.XV, 1962,S.610-623; K.Kaizuka, A Remark on 'Capital Imports and Economic Development', in: Kyklos,Vol.XVII, 1964, S. 483-484; R.J.Ball, Capital Imports and Economic Growth: A Reply, in: Kyklos, Vol.XVIII,1965,S.139-140. Vergl. ferner H.Möller, Kapitalexport und Wachstum, in:Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Band 178, 1965, S. 186-201.
3) J.Tinbergen, H.C.Bos, Mathematical Models of Economic Growth, New York usw. 1962.
4) Vergl. J.Tinbergen, H.C.Bos, a.a.O., S. 63-67.
5) Vergl. J.Tinbergen, H.C.Bos, a.a.O., S. 94-96.
6) Vergl. J.Tinbergen, H.C.Bos, a.a.O., S. 80-83.
7) S.Ichimura, Anhänge in:United Nations,Economic Commission for Asia and the Far East, Programming Techniques for Economic Development, With Special Reference for Asia and the Far East, Report of the First Group of Experts on Programming Techniques, (Development Programming Techniques Series No.1), Bangkok 1960, S. 81-114.

Als Ziel setzt er z.B. das Pro-Kopf-Einkommen im Zeitpunkt T und bestimmt die Wachstumsrate, die, bei gegebenen Anfangsbedingungen, dieses Ziel erreicht, wobei zusätzlich der Außenhandelssaldo (-defizit) bestimmten Beschränkungen unterliegt[1]. Wie bei den Modellen von Tinbergen/Bos unterstellt Ichimura, daß die Exporte exogen gegeben sind; dagegen wird bei den Importen regelmäßig angenommen, daß sie von einer endogenen Variablen abhängen.

Zwischen diesen eben erwähnten Modellen, die jedoch in ihrer Formulierung, sowohl was die mathematische Seite als auch was die funktionale Verknüpfung der Variablen anbetrifft, nicht homogen sind, und unserem Ansatz bestehen beträchtliche Unterschiede. Im nächsten Abschnitt wollen wir nun beispielhaft einen Vergleich zwischen einigen Modellvarianten von Johnson und unserem Ansatz vornehmen.

252 Ein partieller Vergleich mit dem Modell von H. G. Johnson

Zunächst ist es erforderlich, die jeweils benutzten Begriffe zu vergleichen. Johnson verwendet explizit zwar keine Volkseinkommensbestimmungsgleichung, sondern geht sofort von folgender Gleichgewichtsbedingung für ein Land aus

$$25.1 \qquad s_i Y_{i,t} + m_i Y_{i,t} = I_{i,t} + X_{i,t} ,$$

wobei s_i und m_i die als konstant angenommenen Spar- und bzw. Importquoten bedeuten[2]. Dieser Gleichgewichtsbedingung läßt sich eine Volkseinkommensbestimmungsgleichung zuordnen und zwar

$$25.2 \qquad Y_{i,t} = C_{i,t} + I_{i,t} + X_{i,t} - M_{i,t} .$$

Die Ausgangsgleichung unseres Modells war dagegen[3]

$$25.3 \qquad Y_{i,t} = C_{in,t} + I_{in,t} + X_{i,t} ,$$

wobei der Index n die Ausgaben für inländische Güter bezeichnet. Wir haben aber bereits oben gezeigt, daß sich diese beiden Definitionsgleichungen für das Volkseinkommen durch einige Umformungen ineinander überführen lassen[4].

---

1) Vergl. S.Ichimura, a.a.O., S. 81 ff.
2) Vergl. H.G.Johnson, a.a.O., S. 121.
3) Vergl. S. 17. - 4) Vergl. S. 17.

Wie verhält es sich nun mit den funktionalen Beziehungen zwischen Konsum und Einkommen bzw. Investitionen und Einkommensänderungen? Der Sparfunktion $S_{i,t} = s_i Y_{i,t}$ entspricht die Konsumfunktion $C_{i,t} = (1-s_i)Y_{i,t} = c_i Y_{i,t}$. Da nun $C_{i,t} = C_{in,t} + C_{im,t}$ ist - der Gesamtkonsum setzt sich also aus Konsumgütern inländischer und ausländischer Herkunft (Importe) zusammen - folgt unter Berücksichtigung der Konsumneigungen für die beiden Gütergruppen c_{in} bzw. c_{im}

25.4. $$C_{i,t} = c_{in}Y_{i,t} + c_{im}Y_{i,t} \quad .$$

Beim Import von Investitionsgütern geht Johnson davon aus, daß ein konstanter Teil der Investitionsausgaben für Importe von Investitionsgütern verwendet wird[1]. Die Investitionsgüterimporte $I_{im,t}$ betragen dann

25.5. $$I_{im,t} = m_i' I_{i,t} \quad ,$$

wobei m_i' die Investitionsgüterimportquote bezeichnet. Die Gesamtinvestitionen lassen sich nun auch wie folgt schreiben

25.6 $$I_{i,t} = I_{in,t} + I_{im,t} = (1-m_i')I_{i,t} + m_i' I_{i,t} \quad .$$

Der erste Ausdruck auf der rechten Seite bezeichnet die Ausgaben für im Inland, der zweite Ausdruck die Ausgaben für im Ausland hergestellte Investitionsgüter.

Nun ist es notwendig, die Beziehungen zwischen Einkommensänderungen und Investitionen zu berücksichtigen. Johnson benutzt zur Darstellung dieser Beziehung Differentialgleichungen. Seine Ableitungen lassen sich aber ohne weiteres auf Differenzengleichungen übertragen. Ist $K_{i,t}$ der Kapitalstock und k_i der Kapitalkoeffizient, dann folgt durch Differenzieren aus

25.7 $$K_{i,t} = k_i Y_{i,t}$$

die Beziehung

25.8 $$\frac{dK_i}{dt} = k_i \frac{dY_i}{dt} \quad ,$$

und da $dK_i/dt = I_{i,t}$, also gleich den Investitionen ist, erhält man

25.9 $$I_{i,t} = k_i \frac{dY_i}{dt} \quad .$$

Dieser Beziehung entspricht die Differenzengleichung erster Ordnung[2]

---

1) H.G. Johnson, a.a.O., S. 124.
2) Vergl. R.G.D. Allen, Mathematical Analysis for Economists, London 1962, S. 228 ff.

25.10 $$I_{i,t} = k_i(Y_{i,t+1}-Y_{i,t}) \quad .$$

Unterscheidet man wieder die Investitionsgüter verschiedener Herkunft und unterstellt, daß der Kapitalkoeffizient k^X für die Investitionsgüter, unbeschadet ihrer Herkunft, gleich ist, dann erhält man aus (25.6)

25.11 $$I_{i,t} = (1-m_i')k_i^X(Y_{i,t+1}-Y_{i,t}) + m_i'k_i^X(Y_{i,t+1}-Y_{i,t}) \quad .$$

Diese Zusammenhänge lassen sich leicht für zwei Länder darstellen. Setzt man die Gleichungen (25.4) und (25.11) in die Gleichung (25.2) ein, dann ergibt sich

25.12
$$\begin{aligned} Y_{1,t} &= c_1Y_{1,t} + k_1^X(Y_{1,t+1}-Y_{1,t}) + X_{1,t} - c_{1,m}Y_{1,t} - m_1'k_1^X(Y_{1,t+1}-Y_{1,t}) \\ Y_{2,t} &= c_2Y_{2,t} + k_2^X(Y_{2,t+1}-Y_{2,t}) + X_{2,t} - c_{2,m}Y_{2,t} - m_2'k_2^X(Y_{2,t+1}-Y_{2,t}) \quad . \end{aligned}$$

Da die Exporte des Landes 1 gleich den Importen des Landes 2 sind und umgekehrt, lassen sich diese beiden Gleichungen auch folgendermaßen schreiben

25.13
$$\begin{aligned} Y_{1,t} &= c_1Y_{1,t} + k_1^X(Y_{1,t+1}-Y_{1,t}) + c_{2,m}Y_{2,t} + m_2'k_2^X(Y_{2,t+1}-Y_{2,t}) - c_{1,m}Y_{1,t} - m_1'(Y_{1,t+1}-Y_{1,t})k_1^X \\ Y_{2,t} &= c_2Y_{2,t} + k_2^X(Y_{2,t+1}-Y_{2,t}) + c_{1,m}Y_{1,t} + m_1'k_1^X(Y_{1,t+1}-Y_{1,t}) - c_{2,m}Y_{2,t} - m_2'k_2^X(Y_{2,t+1}-Y_{2,t}) \quad . \end{aligned}$$

Die Übertragung in Matrizenschreibweise ergibt

25.14
$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1-c_{1,m} & c_{2,m} \\ c_{1,m} & c_2-c_{2,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1^X(1-m_1') & k_2^Xm_2' \\ k_1^Xm_1' & k_2^X(1-m_2') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t+1}-Y_{1,t} \\ Y_{2,t+1}-Y_{2,t} \end{bmatrix} \quad .$$

In dieser allgemeinen Formulierung werden sowohl Konsum- als auch Investitionsgüter zwischen beiden Ländern gehandelt. Beschränkt sich der Handel auf Konsumgüter, dann wird $m_1' = m_2' = 0$, und aus obigem Gleichungssystem wird

25.15
$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1-c_{1,m} & c_{2,m} \\ c_{1,m} & c_2-c_{2,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1^X & 0 \\ 0 & k_2^X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t+1}-Y_{1,t} \\ Y_{2,t+1}-Y_{2,t} \end{bmatrix} \quad .$$

Wenn nur Investitionsgüter ausgetauscht werden, ist $c_{1,m} = c_{2,m} = 0$ und man erhält

25.16
$$\begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1^X(1-m_1') & k_2^Xm_2' \\ k_1^Xm_1' & k_2^X(1-m_2') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t+1}-Y_{1,t} \\ Y_{2,t+1}-Y_{2,t} \end{bmatrix} \quad .$$

Vergleicht man diese Formulierung mit der unseres Ansatzes, dann wird deutlich, daß völlig Übereinstimmung herrscht, wenn nur Konsumgüter gehandelt werden. Es ist nämlich $c_{i,n} = c_i - c_{i,m}$, d.h. die Konsumneigung

für im Inland produzierte Konsumgüter ist gleich der Differenz zwischen der Konsumneigung für inländische und importierte Güter abzüglich der Konsumneigung für importierte Güter; $c_{i,n}$ entspricht unserem c_{ii} und $c_{i,m}$ ist gleich unserem c_{ij}. Werden nur Kapitalgüter gehandelt, dann wird $c_{i,m} = 0$ und c_i ist gleich $c_{i,n}$. In diesem Fall ist k_i^x der Kapitalkoeffizient für im Inland und Ausland hergestellte Investitionsgüter. $m_i' k_i^x$ ist der Anteil des Kapitalkoeffizienten, der durch Importe "verbraucht" wird, und $(1-m_i')k_i^x$ ist der Anteil, der für im Inland hergestellte Investitionsgüter "verbraucht" wird. $m_i' k_i^x$ ist also mit unserem k_{ij} und $(1-m_i')k_i^x$ ist mit unserem k_{ii} identisch. Wenn sowohl Konsum- als auch Investitionsgüter gehandelt werden, dann gelten die Überlegungen entsprechend.

Die Modellvarianten von Johnson stimmen mit den unsrigen also völlig überein. Die Unterschiede beziehen sich lediglich auf definitorische Aspekte der Modelle. Abschließend sei noch darauf hingewiesen, daß sich die Matrix der Kapitalkoeffizienten noch etwas anders schreiben läßt, nämlich

25.17
$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-a_1')k_1^x & a_2' k_2^x \\ a_1' k_1^x & (1-a_2')k_2^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-a_1' & a_2' \\ a_1' & 1-a_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1^x & 0 \\ 0 & k_2^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{11} & i_{12} \\ i_{21} & i_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\sigma & 0 \\ 0 & 1/\sigma \end{bmatrix}$$

Man erhält also eine Diagonalmatrix der Kapitalkoeffizienten der beiden Länder und eine Koeffizientenmatrix I-m', die genau der von H. Klimesch[1] verwendeten Austauschmatrix i entspricht; außerdem verwendet Klimesch anstelle von partiellen Kapitalkoeffizienten Kapitalproduktivitäten (σ). Das Modell von Johnson in seinen verschiedenen Ausprägungen entspricht ebenso wie das regionale Wachstumsmodell von H. Klimesch unserem Ansatz. Dies erklärt sich aus der Übereinstimmung der Grundbeziehungen der Modelle. Auch das Modell von H. Brems[2], das aus 52 Variablen und 52 Gleichungen besteht, beruht im großen ganzen auf denselben Hypothesen[3]. Er beschränkt sich jedoch auf den Austausch von Investitionsgütern, so daß es eine Modifikation des Modells ist, das durch die Gleichungen (25.16) dargestellt ist. Allerdings ist der theoretische Wert eines solch umfangreichen Gleichungssystems nicht allzu hoch einzuschätzen, da die grundlegenden Zusammenhänge durch die Vielzahl der Relationen verwischt werden.[4]

---

1) H.Klimesch, a.a.O., S. 61 ff.
2) H.Brems, The Foreign Trade Accelerator and the International Transmission of Growth, in:Econometrica,Vol.24,1956, S. 223 ff.
3) Vergl. dazu auch H. Klimesch, a.a.O., S. 93 ff.
4) Vergl. H. Klimesch, a.a.O., S. 93.

27 ABSCHLIESSENDE BEMERKUNGEN

Fassen wir die Ergebnisse dieses Modelltyps kurz zusammen. Beim Grundmodell, bei dem jedes Land mit jedem anderen sowohl Konsum- als auch Investitionsgüter austauscht, wachsen alle Variablen langfristig mit derselben Rate, so daß ein stetiges Wachstum möglich ist. Es konnte gezeigt werden, daß unter bestimmten Voraussetzungen dieser stetige Wachstumspfad existiert und stabil ist. Die Berücksichtigung konstanter autonomer Konsum- oder Investitionsausgaben ändert an diesem Ergebnis im Prinzip nichts, sondern führt lediglich zu einer Verschiebung der Wachstumspfade. Im Zeitverlauf zunehmende Konsum- oder Investitionsausgaben lassen dagegen ein stetiges Wachstum nur dann zu, wenn die maximale charakteristische Wurzel des homogenen Systems größer ist als die größte Wachstumsrate der autonomen Größen.

Sobald einige der Güterströme ganz fehlen und deshalb die allgemeine Interdependenz aufgehoben ist, brauchen die dynamischen Eigenschaften der Variablen des Modells nicht mehr gleich zu sein. Bei der Gruppe von Modellen, bei der die Rückwirkungen aus dem Ausland fehlen, tritt stetiges Wachstum in der Regel nicht ein, sondern die Wachstumsraten der einzelnen Länder sind und bleiben verschieden. Bei der anderen Gruppe, bei der zwar einige Güterströme eliminiert sind, die Rückwirkungen aus dem Ausland jedoch nicht vernachlässigt werden, ist ein stetiges Wachstum möglich.

Allerdings, und darauf ist nochmals besonders hinzuweisen, beruht der in diesem Kapitel dargestellte Modelltyp auf einigen einfachen Hypothesen, insbesondere über die Beziehungen zwischen den Ländern und die Struktur der Sektoren. Die Ergebnisse sind weiter durch die Konstanz der Parameter und die Vernachlässigung der Probleme der Beschäftigung des Produktionsfaktors Arbeit geprägt. Deshalb finden, was besonders nachteilig ist, keine Anpassungsprozesse statt, so daß die Mechanik des Systems zu sinnlosen Ergebnissen führen kann, wie z.B. zu negativen Volkseinkommen. Die Diskussion der Bedingungen zur Ausschaltung solcher Ergebnisse nimmt deshalb einen breiten Raum ein.

Die fehlenden Anpassungsmechanismen haben auch zur Folge, daß sich ein Außenhandelssaldo mit der dominierenden Wachstumsrate des Systems fortentwickelt, ein unter einigermaßen realistischen Bedingungen unmögliches

und außerdem unerwünschtes Ergebnis. Ähnliche Überlegungen gelten für den Produktionsfaktor Arbeit, wenn dieser mit einer exogenen Rate wächst. Die Art der in dem Modell verwendeten Importfunktionen - die Importe sind proportional zum Volkseinkommen bzw. zu Volkseinkommensänderungen - schließt die Erklärung der Ursachen für die Güterströme insofern aus, als die diesen Strömen zugrundeliegenden komparativen Kosten nicht in Erscheinung treten.

Diese hier nochmals kurz umrissenen Mängel des Harrod-Domar-Ansatzes werden im nächsten Kapitel, in dem wir einen neoklassischen Ansatz wählen, weitgehend behoben. Dieser andere Modelltyp ist jedoch im Vergleich zu den Harrod-Domar-Modellen nicht als Annäherung an die Realität zu verstehen; er ist vielmehr in anderer Hinsicht ebenso großen Einwänden ausgesetzt.

3 NEOKLASSISCHE WACHSTUMSMODELLE MIT AUSSENHANDEL

31 VORBEMERKUNGEN

Wie bereits in der Einleitung bemerkt wurde, unterscheiden sich die neoklassischen Wachstumsmodelle von den Harrod-Domar-Modellen vor allem durch die produktionstheoretischen Voraussetzungen. An die Stelle konstanter treten variable Kapitalkoeffizienten bzw. Inputrelationen. Ein weiteres gemeinsames Kennzeichen der neoklassischen Modelle ist, daß die Arbeit mit einer exogenen Rate wächst. Durch die Möglichkeit der Faktorsubstitution ist jedoch im Gegensatz zu den Harrod-Domar-Modellen gewährleistet, daß die Produktionsfaktoren immer vollbeschäftigt sind, sofern der Preismechanismus funktioniert. Wachstumsmodelle mit diesen Charakteristika fanden seit dem Aufsatz von R. M. Solow[1] zunehmendes Interesse. Die Weiterentwicklung dieses mit einer aggregierten Produktionsfunktion arbeitenden Modells erfolgte einmal durch Disaggregation in einen Konsumgüter- und einen Investitionsgütersektor durch J. E. Meade[2] und H. Uzawa[3], und zum andern durch die Berücksichtigung des technischen Fortschritts, der uns aber im folgenden nicht weiter beschäftigen soll.

Ein zentrales Anliegen der neoklassischen Wachstumstheorie ist die Untersuchung des langfristigen Verhaltens der Modellvariablen; einerseits wird analysiert, ob ein stetiger Wachstumspfad existiert, bei dem die Variablen des Modells mit derselben Rate wachsen. Da in diesen Modellen die Wachstumsrate der Arbeit exogen gegeben ist, stellt sich andererseits die Frage, ob sich die Wachstumsraten des Kapitalstocks und der sonstigen Variablen des Modells an die natürliche Wachstumsrate der Arbeit annähern. Sofern eine solche Anpassung erfolgt, das System also stabil ist, bleibt das Verhältnis zwischen Kapital und Arbeit im Zeit-

---

1) R.M.Solow, A Contribution to the Theory of Economic Growth, in: Quarterly Journal of Economics, Vol.LXX, 1956, S. 65-94.
2) J.E.Meade, A Neo-Classical Theory of Economic Growth, a.a.O.
3) H.Uzawa, On a Two-Sector-Model of Economic Growth, in: Rewiew of Economic Studies, Vol.XXIX,1961-1962,S.40-47; H.Uzawa, On a Two-Sector-Model of Economic Growth: II, in:Review of Economic Studies, Vol.XXX, 1963, S.105-118; im folgenden zitiert als Uzawa I und Uzawa II. Weitere Literaturangaben zu den beiden Modelltypen bei F.H.Hahn und R.C.O.Matthews,The Theory of Economic Growth:A Survey,a.a.O.,S.113 ff.

verlauf konstant. Es handelt sich also um die Frage der Existenz und der Stabilität eines stetigen Wachstumspfades oder "Goldenen Zeitalters".

Bisher gibt es in der Literatur nur wenige Untersuchungen, die sich mit diesen Fragen im Rahmen von Außenhandelsmodellen befassen. Zu nennen ist einmal die Arbeit von H. Oniki und H. Uzawa[1], die im Rahmen eines neoklassischen Zwei-Sektoren-Zwei-Länder-Modells die Zusammenhänge zwischen teilweiser oder vollständiger Spezialisierung und Kapitalakkumulation untersuchen. Zum andern sind die beiden Aufsätze von P. K. Bardhan[2] zu erwähnen, der sich insbesondere mit Stabilitätsproblemen befaßt.

Im nächsten Abschnitt werden wir in aggregierte neoklassische Wachstumsmodelle einfache Funktionen für Importe einführen und untersuchen, welche Konsequenzen sich für die Existenz und die Stabilität der stetigen Wachstumspfade ergeben. Anschließend daran soll in einem weiteren Abschnitt der Ansatz von Oniki-Uzawa, der sehr interessante Aspekte aufweist, diskutiert werden. Während bei den einsektorigen Modellen nur Funktionen mit konstanten Importquoten in die Modelle eingebaut werden können, ist es bei zweisektorigen Modellen möglich, die Importe von Preisen abhängig zu machen; dadurch lassen sich dann wesentlich differenziertere Ergebnisse erzielen.

Bevor wir auf die Modelle im einzelnen eingehen, sollen noch einige Ausführungen zu den Produktionsfunktionen gemacht werden. Bei dem weitaus größten Teil der neoklassischen Wachstumstheorie werden Produktionsfunktionen in allgemeiner Formulierung verwendet, die jedoch bestimmten Beschränkungen unterliegen[3]. In einigen wenigen Fällen werden diese konkretisiert, z.B. als Cobb-Douglas-Funktionen[4]. Wir verwenden im folgenden immer Funktionen dieses Typs; deshalb soll kurz auf ihre Eigenschaften eingegangen werden.

---

1) H.Oniki und H.Uzawa, Patterns of Trade and Investment in a Dynamic Model of International Trade, in: Review of Economic Studies, Vol.XXXII, 1965, S. 15-38.
2) P.K.Bardhan, Equilibrium Growth in the International Economy, in: Quarterly Journal of Economics, Vol.LXXIX, 1965, S.455-464; P.K.Bardhan, On Factor Accumulation and the Pattern of International Specialisation, in: Review of Economic Studies, Vol.XXXIII, 1966, S.39-44. Der zweite Aufsatz von Bardhan modifiziert eine der Annahmen von Oniki/Uzawa. Die beiden Aufsätze werden im folgenden zitiert als Bardhan I bzw. II.
3) Vergl. z.B. H.Uzawa I und II, a.a.O.
4) Vergl. J.E.Meade, a.a.O., S. 108 ff.; R.M.Solow, a.a.O., S. 66 ff.

Eine Cobb-Douglas-Funktion, bei der als Input Arbeit und Kapital verwendet wird, lautet

$$Y = A^a K^b \quad ,$$

wobei Y den Output und a und b die Produktionselastizitäten der Arbeit bzw. des Kapitals bezeichnen[1]. Wir unterstellen, daß a + b = 1 ist, so daß die Produktionsfunktion auch als

$$Y = A^a K^{1-a}$$

geschrieben werden kann. Es läßt sich leicht zeigen, daß sie linear-homogen ist. Es gilt[2]

$$cY = (cA)^a (cK)^{1-a} = cA^a K^{1-a} \quad ,$$

wobei c eine proportionale Variation angibt. Wenn sich also im Wachstumsprozeß die Produktionsfaktoren mit derselben Rate verändern, wächst der Output ebenfalls mit dieser Rate.

Es läßt sich ferner zeigen, daß die Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen den Restriktionen genügen, die Uzawa und Oniki-Uzawa ihren Produktionsfunktionen auferlegen[3]:

- Wenn der Input eines Produktionsfaktors null ist, dann ist der Output ebenfalls null.
- Für die Grenzproduktivitäten der Produktionsfaktoren erhält man

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = (1-a)\frac{A^a}{K^a} \quad \text{und} \quad \frac{\partial Y}{\partial A} = a\frac{K^{1-a}}{A^{1-a}} \quad .$$

  Die Grenzproduktivität eines Produktionsfaktors wird null, wenn seine Einsatzmenge gegen unendlich, und unendlich, wenn seine Einsatzmenge gegen null strebt.

Die typisch neoklassischen Eigenschaften kommen dadurch zum Ausdruck, daß die Grenzproduktivitäten positiv sind und bei zunehmendem Einsatz des betreffenden Faktors abnehmen.

---

1) Von einer Niveaukonstante sehen wir ab.
2) Vergl. E.Schneider, Einführung in die Wirtschaftstheorie, II. Teil, 10., verbesserte Auflage, Tübingen 1965, S. 176.
3) H.Uzawa II, a.a.O., S. 108; H.Oniki und H.Uzawa, a.a.O., S. 19.

32 NEOKLASSISCHE AGGREGIERTE WACHSTUMSMODELLE

321 Neoklassisches aggregiertes Wachstumsmodell ohne Außenhandel

3211 Das Modell

Wir wollen zunächst ein neoklassisches Wachstumsmodell darstellen, das nur einen Sektor aufweist; dadurch ist seine Struktur einfach und die Zusammenhänge werden besonders deutlich. Das Modell wird durch folgende Gleichungen beschrieben.

Die Produktionsfunktion lautet

321.1 $$Y_t = A_t^a K_t^{1-a} \quad .$$

Gespart wird ein konstanter Bruchteil des Volkseinkommens

321.2 $$S_t = sY_t \quad .$$

Die Investitionen, d.h. der Zuwachs des Kapitalbestandes, sind gleich den Ersparnissen

321.3 $$I_t = \frac{dK}{dt} = sY_t \quad .$$

Die Arbeit wächst mit der exogen gegebenen Rate n; es gilt also

321.4 $$n = \frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} \quad .$$

Auf den Faktormärkten herrscht vollständige Konkurrenz, so daß jeder Faktor mit seinem Grenzprodukt entlohnt wird

321.5 $$w_t = \frac{\partial Y}{\partial A} = a\, z_t^{1-a}$$

321.6 $$r_t = \frac{\partial Y}{\partial K} = (1-a)\, z_t^{-a} \quad ,$$

wobei $z_t = K_t/A_t$ ist und w_t und r_t die Faktorpreise bezeichnen. Die vollständige Konkurrenz bewirkt außerdem, daß die vorhandenen Produktionsfaktoren immer voll beschäftigt sind.

3212 Existenz eines stetigen Wachstumspfades[1)]

Um die Existenz eines stetigen Wachstumspfades in einem solchen Modell beweisen zu können, leiten wir zunächst die Wachstumsrate des Volkseinkommens aus Gleichung (321.1) ab. Durch logarithmisches Differenzieren folgt

$$321.7 \qquad \frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} = a\,\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} + (1-a)\,\frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt} \quad .$$

Mit Gleichung (321.3) erhält man

$$321.8 \qquad \frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} = a\,\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} + (1-a)\,\frac{sY_t}{K_t} \quad .$$

Die Wachstumsrate der Arbeit ist exogen gegeben. Dann ist die Wachstumsrate des Volkseinkommens, d.h. die linke Seite nur konstant, wenn die Relation sY_t/K_t konstant bleibt. Das setzt voraus, daß das Volkseinkommen und der Kapitalstock mit derselben Rate wachsen, d.h.

$$321.9 \qquad \frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} = \frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt} = \frac{sY_t}{K_t} \quad .$$

Setzt man diese Bedingung in Gleichung (321.8) ein, dann folgt

$$321.10 \qquad \frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} = a\,\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} + (1-a)\,\frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt}$$

oder

$$321.11 \qquad \frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} = \frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} \quad .$$

Damit ist die Existenz eines stetigen Wachstumspfades "bewiesen", der sich dadurch auszeichnet, daß Arbeit, Kapital und Volkseinkommen mit der gleichen Rate wachsen.

3213 Stabilität des stetigen Wachstumspfades

Um die Stabilität des Wachstumspfades zeigen zu können, müssen wir die Gleichung (321.8) etwas näher betrachten; sie läßt sich umformen in

$$321.12 \qquad \frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} = a\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} - a\,\frac{sY_t}{K_t} + \frac{sY_t}{K_t} = a\left(\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} - \frac{sY_t}{K_t}\right) + \frac{sY_t}{K_t} \quad .$$

---

1) Vergl. zu dieser Ableitung z.B. J.E.Meade, a.a.O., S.30 ff.; R.Richter, "Harrod-Wachstum" und "Solow-Wachstum", ein Vergleich, a.a.O., S.252-253.

Wenn $\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} < \frac{sY_t}{K_t} = \frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt}$ ist, dann ist $\frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} < \frac{sY_t}{K_t} = \frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt}$, d.h. wenn die Wachstumsrate der Arbeit kleiner ist als die Wachstumsrate des Kapitals, dann ist die Wachstumsrate des Kapitals größer als die des Volkseinkommens. Da die Ersparnisse nur mit der Rate des Volkseinkommens wachsen, nimmt die Wachstumsrate des Kapitals

$$\frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt} = \frac{I_t}{K_t} = \frac{sY_t}{K_t}$$

ab; der Zähler wächst langsamer als der Nenner[1]. Die Wachstumsrate des Kapitals nähert sich derjenigen der Arbeit an und bleibt dann konstant, wenn beide mit derselben Rate wachsen. Ist andererseits die Wachstumsrate des Kapitals kleiner als die der Arbeit, dann nimmt die Wachstumsrate des Kapitals so lange zu, bis sie gleich der der Arbeit ist.

Die Wachstumsrate des Volkseinkommens ergibt sich aus den mit den Produktionselastizitäten gewogenen Wachstumsraten der Arbeit und des Kapitals. Ist beispielsweise a = 0,5 und wie im obigen Beispiel $\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} < \frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt}$, dann ist die Wachstumsrate des Volkseinkommens ebenfalls größer als die der Arbeit, aber kleiner als die des Kapitals. Sowohl die Wachstumsrate des Volkseinkommens als auch die des Kapitals nehmen beim langfristigen Anpassungsprozeß ab.

Im langfristigen Gleichgewicht bzw. stetigen Wachstum wachsen also das Kapital und das Volkseinkommen mit der natürlichen Wachstumsrate der Arbeit.

Im Gegensatz zu den Harrod-Domar-Modellen, bei denen die Wachstumsrate des Volkseinkommens von der Sparquote abhängig ist, zeigt sich bei dem neoklassischen Wachstumsmodell, daß - bei stetigem Wachstum oder im "Goldenen Zeitalter" - die Wachstumsrate des Volkseinkommens unabhängig von der Sparquote ist, sondern der natürlichen Wachstumsrate gleich ist.

---

1) Vergl. dazu auch J.E.Meade, a.a.O., S. 36.

322 Neoklassisches aggregiertes Wachstumsmodell mit Außenhandel: 1 Land

3221 Das Modell

Wir führen nun in das im letzten Abschnitt betrachtete Modell Außenhandel ein. Dazu müssen Hypothesen über die Beziehungen des Landes zum Ausland eingeführt werden. Wir unterstellen, daß Exporte X_t mit einer exogen determinierten Rate wachsen, die mit der des Bevölkerungswachstums identisch ist, also

322.1 $$X_t = X_o e^{nt} \quad .$$

Die Importe M_t sind vom Volkseinkommen Y_t abhängig

322.2 $$M_t = m\, Y_t \quad ,$$

wobei m die durchschnittliche Importquote, die gleich der marginalen ist, bezeichnet. Die aggregierte Produktionsfunktion hat das gleiche Aussehen wie bisher[1)]

322.3 $$Y_t = A_t^a K_t^{1-a} \quad ,$$

und für die Wachstumsrate des Volkseinkommens ergibt sich wieder

322.4 $$\frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} = a\,\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} + (1-a)\,\frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt} \quad .$$

Dagegen erhalten wir für das Wachstum des Kapitalbestandes eine neue Beziehung. Aus der Gleichgewichtsbedingung

322.5 $$I_t = S_t + M_t - X_t$$

folgt mit (321.2) und (322.2)

322.6 $$\frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt} = \frac{I_t}{K_t} = \frac{sY_t + mY_t - X_t}{K_t} \quad .$$

3222 Existenz eines stetigen Wachstumspfades

Die Existenz eines stetigen Wachstumspfades läßt sich wieder mit Hilfe

---

1) Die Produktion eines Landes mit Außenhandel wird für inländischen Konsum, für inländische Investitionen sowie für den Export verwendet; also $A^aK^{1-a} = C_n + I_n + X$. Daraus folgt $A^aK^{1-a} = C_n + I_n + X + M - M$ und $Y = A^aK^{1-a} = C + I + X - M$. (Vergl. auch S. 17).

der Wachstumsrate des Volkseinkommens zeigen. Setzt man die Bedingung (322.6) in die Gleichung (322.4) ein, dann erhält man

322.7 $$\frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} = a\,\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} + (1-a)\,\frac{sY_t + mY_t - X_t}{K_t} \quad .$$

Daraus folgt

322.8 $$\frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} = a\left(\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} - \frac{sY_t + mY_t - X_t}{K_t}\right) + \frac{sY_t + mY_t - X_t}{K_t} \quad .$$

Eine konstante Wachstumsrate des Volkseinkommens ist, bei exogen gegebener, konstanter Wachtumsrate der Arbeit, nur dann möglich, wenn die anderen Ausdrücke auf der rechten Seite der Gleichung (322.7) ebenfalls konstant bleiben. Für sY_t/K_t und mY_t/K_t ist diese Bedingung dann erfüllt, wenn der Kapitalstock und das Volkseinkommen mit derselben Rate wachsen. Das gleiche muß für die Exporte gelten; ihre exogene Wachstumsrate muß gleich derjenigen der Arbeit und damit der der übrigen Variablen des Modells sein. Ein stetiges Wachstum ist selbst dann möglich, wenn die Exporte nicht gleich den Importen sind; allerdings wächst dann der Handelsbilanzsaldo auch mit der natürlichen Rate und vergrößert sich laufend. Dies erfordert weitere, wenig realistische Annahmen über die Finanzierung dieses Saldos.

3223 Stabilität des stetigen Wachstumspfades

Untersuchen wir nun die Stabilität dieses Modells. Wenn in der Ausgangssituation die Wachstumsrate der Arbeit kleiner ist als die des Kapitalstocks, dann ist die Wachstumsrate des Volkseinkommens ebenfalls kleiner als die des Kapitalstocks, wie sich leicht aus der Gleichung (322.8) ersehen läßt; es ist also

322.9 $$\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} < \frac{sY_t + mY_t - X_t}{K_t} = \frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt}$$

und

322.10 $$\frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} < \frac{sY_t + mY_t - X_t}{K_t} \quad .$$

Stabilität des langfristigen Wachstumspfades ist dann gegeben, wenn die Wachstumsrate des Kapitals abnimmt und sich derjenigen der Arbeit annähert. Ob dies eintritt, hängt von der Entwicklung der einzelnen Variablen auf der rechten Seite der Ungleichung (322.10) ab.

Bevor wir darauf näher eingehen können, müssen wir noch bestimmen, in welchem Verhältnis die Wachstumsraten des Volkseinkommens und der Exporte bzw. der Arbeit zueinander stehen. Aus der Gleichung (322.4) für die Wachstumsrate des Volkseinkommens sieht man, daß sich die Wachstumsrate des Volkseinkommens aus den mit den Produktionselastizitäten gewogenen Wachstumsraten der Arbeit und des Kapitals ergibt. Das bedeutet, daß die Wachstumsrate des Volkseinkommens entweder immer zwischen denen der beiden Produktionsfaktoren liegt oder daß alle Wachstumsraten gleich sind. Bezieht man die Exporte, die mit derselben Rate wachsen wie die Arbeit, mit ein, dann erhält man für die Wachstumsraten in dem obigen Beispiel folgende Beziehungen

322.11 $$\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} = \frac{1}{X_t}\frac{dX}{dt} \leq \frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} \leq \frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt} \quad .$$

Da $sY_t + mY_t \geq X_t$ ist[1], und da außerdem die Wachstumsrate des Volkseinkommens größer ist als die der Exporte, nimmt der Zähler in der Beziehung (322.9) langsamer zu als das Volkseinkommen und mithin auch langsamer als der Kapitalstock im Nenner. Die Akkumulationsrate nimmt also im Wachstumsprozeß ab, so daß die Stabilität des langfristigen Wachstumspfades gegeben ist.

Im umgekehrten Fall, wenn die Wachstumsrate der Arbeit größer ist als die des Kapitalstocks, ergeben sich Schwierigkeiten. Aus der Gleichung (322.) folgt

322.12 $$\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} > \frac{sY_t + mY_t - X_t}{K_t} = \frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt}$$

und deshalb ist

322.13 $$\frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} > \frac{sY_t + mY_t - X_t}{K_t} \quad .$$

Für die Beziehungen zwischen den Wachstumsraten der einzelnen Variablen gilt also

322.14 $$\frac{1}{A_t}\frac{dA}{dt} = \frac{1}{X_t}\frac{dX}{dt} > \frac{1}{Y_t}\frac{dY}{dt} > \frac{1}{K_t}\frac{dK}{dt} \quad .$$

Allerdings ist dieser Fall insofern problematisch, als in der Ungleichung (322.12) der Zähler des Bruchstrichs auf der rechten Seite und mithin auch die Wachstumsrate des Kapitals langfristig negativ würde, was jedoch nicht möglich ist, da wir von Abschreibungen abgesehen haben und

---

1) Vorausgesetzt sind positive Nettoinvestitionen, eine in einer wachsenden Wirtschaft plausible Annahme.

das investierte Kapital nicht mobil ist. Sobald der Zähler null wird, hört die Kapitalakkumulation in dem betreffenden Land auf. Da die Arbeit und die Exporte weiterhin wachsen, ist ein stetiges Wachstum in diesem Fall nicht möglich.

Relevant ist also nur der zuerst dargestellte Fall. Dabei ergibt sich, daß die Wachstumsrate des Volkseinkommens unabhängig ist von der Sparquote und außerdem vom Außenhandelssaldo; bestimmend dafür ist wieder die exogen determinierte Wachstumsrate der Arbeit.

3224 Ein alternativer Ansatz

Die Hypothese, daß die Exporte exogen gegeben sind, kann für langfristige Überlegungen auch durch die Annahme ersetzt werden, daß die Exporte eine Funktion des inländischen Volkseinkommens sind, daß also immer ein bestimmter Bruchteil des Volkseinkommens exportiert wird. Wie man sich anhand der Beziehungen (322.1) bis (322.14) leicht vergewissern kann, ist dieses Modell stabil, auch im zweiten oben diskutierten Fall. Ist die Exportquote gleich der Importquote, dann sind die Ergebnisse mit denen einer Volkswirtschaft ohne Außenhandel identisch; sind die Quoten verschieden, dann entsteht ein mit der stetigen Wachstumsrate zunehmender Außenhandelssaldo.

323 Neoklassisches aggregiertes Wachstumsmodell mit Außenhandel: 2 Länder

Auf Grund der bisherigen Überlegungen ist es relativ einfach, ein zweites Land in die Betrachtungen einzubeziehen. Für beide Länder unterstellen wir identische Produktionsfunktionen und dieselbe Wachstumsrate der Arbeit. Die Spar- und Importquoten brauchen jedoch nicht gleich zu sein.

3231 Existenz eines stetigen Wachstumspfades

Es kann nun auf ähnliche Weise gezeigt werden wie im letzten Abschnitt, daß ein stetiges Wachstum möglich ist, bei dem alle Variablen des Modells

mit derselben Rate wachsen, einschließlich eines Außenhandelssaldos. Da in einem Zwei-Länder-Modell die Exporte des einen Landes gleich den Importen des anderen Landes sind, erhält man für die Wachstumsraten der Volkseinkommen in den beiden Ländern

323.1 $$\frac{1}{Y_{1,t}} \frac{dY_1}{dt} = a\left(\frac{1}{A_{1,t}} \frac{dA_1}{dt} - \frac{(s_1+m_1)Y_{1,t}-m_2Y_{2,t}}{K_{1,t}}\right)+\frac{(s_1+m_1)Y_{1,t}-m_2Y_{2,t}}{K_{1,t}}$$

323.2 $$\frac{1}{Y_{2,t}} \frac{dY_2}{dt} = a\left(\frac{1}{A_{2,t}} \frac{dA_2}{dt} - \frac{(s_2+m_2)Y_{2,t}-m_1Y_{1,t}}{K_{2,t}}\right)+\frac{(s_2+m_2)Y_{2,t}-m_1Y_{1,t}}{K_{2,t}} \quad .$$

Die Wachstumsraten der Volkseinkommen sind nur dann konstant, wenn die rechten Seiten der beiden Gleichungen konstant bleiben. Dies ist dann der Fall, wenn die Arbeit, die Volkseinkommen und die Kapitalbestände in beiden Ländern mit derselben Rate wachsen.

3232 Stabilität des stetigen Wachstumspfades

Auch bei der Untersuchung der Stabilität der Wachstumspfade kann auf die Ableitungen des Modells mit einem Land zurückgegriffen werden. Entscheidend für die Stabilität ist die Entwicklung der Wachstumsraten der Kapitalbestände

323.3 $$\frac{1}{K_{1,t}} \frac{dK_1}{dt} = \frac{(s_1+m_1)Y_{1,t} - m_2Y_{2,t}}{K_{1,t}}$$

323.4 $$\frac{1}{K_{2,t}} \frac{dK_2}{dt} = \frac{(s_2+m_2)Y_{2,t} - m_1Y_{1,t}}{K_{2,t}} \quad .$$

Nehmen wir an, daß zwischen den Wachstumsraten der Variablen des Modells folgende Beziehungen bestehen

323.5 $$\frac{1}{A_{1,t}} \frac{dA_1}{dt} < \frac{1}{Y_{1,t}} \frac{dY_1}{dt} < \frac{1}{K_{1,t}} \frac{dK_1}{dt}$$

323.6 $$\frac{1}{A_{2,t}} \frac{dA_2}{dt} < \frac{1}{Y_{2,t}} \frac{dY_2}{dt} < \frac{1}{K_{1,t}} \frac{dK_2}{dt} \quad ,$$

ferner, daß die Wachstumsraten der Arbeit in beiden Ländern gleich sind und daß das Volkseinkommen in Land 1 schneller wächst als in Land 2. Diese Annahmen sind mit den beiden Gleichungen (323.1) und (323.2) vereinbar.

Voraussetzung dafür, daß sich die Wachstumsraten angleichen ist, daß die Wachstumsraten des Kapitals in beiden Ländern abnehmen. Aus der Gleichung (323.4) sieht man, daß diese Voraussetzung für Land 2 erfüllt ist. Für Land 1 dagegen läßt sich ohne Kenntnis der Variablen- und Parameterwerte nicht sagen, ob die Wachstumsrate zu- oder abnimmt. Obwohl nämlich die Variablen im Zähler der Beziehung (323.3) langsamer wachsen als der Nenner, ist es trotzdem möglich, daß die Differenz im Zähler schneller zunimmt als der Nenner. Nimmt die Wachstumsrate des Kapitals in Land 1 zu, dann ist das System instabil.

Unterstellen wir andererseits, daß die Wachstumsrate des Kapitals abnimmt, dann entwickeln sich zwar die Wachstumsraten des Kapitals beider Länder in Richtung auf die Wachstumsrate der Arbeit, doch kann daraus nicht geschlossen werden, daß der stetige Wachstumspfad stabil ist. Hat nämlich z.B. das Land 2 nach einer längeren Anpassungszeit ein "stetiges Wachstum" erreicht, so daß anstelle der Ungleichheitszeichen in den Beziehungen (323.6) ein Gleichheitszeichen tritt, während Land 1 noch nicht völlig angepaßt ist, dann nehmen weiterhin die Wachstumsraten beider Kapitalbestände ab. Dieses partielle Gleichgewicht ist also nicht stabil. Danach ergeben sich folgende Beziehungen zwischen den Wachstumsraten der Variablen der beiden Länder

323.7 $$\frac{1}{A_{1,t}}\frac{dA_1}{dt} < \frac{1}{Y_{1,t}}\frac{dY_1}{dt} < \frac{1}{K_{1,t}}\frac{dK_1}{dt}$$

323.8 $$\frac{1}{A_{2,t}}\frac{dA_2}{dt} > \frac{1}{Y_{2,t}}\frac{dY_2}{dt} > \frac{1}{K_{2,t}}\frac{dK_2}{dt}$$

Die Wachstumsrate des Kapitalstocks in Land 2 kann nun abnehmen oder zunehmen, je nachdem der Zähler in Gleichung (323.4) langsamer oder schneller wächst als der Nenner. Da das Volkseinkommen in Land 1 schneller wächst als in Land 2, wächst zwar der Zähler in Gleichung (323.4) langsamer als das Volkseinkommen in Land 2, jedoch kann nicht gesagt werden, ob er schneller wächst als der Kapitalstock in Land 2, was eine Voraussetzung wäre für die Zunahme der Wachstumsrate des Kapitalstocks in Land 2 und für die Stabilität der Wachstumspfade. Das Ergebnis hängt im einzelnen von den Parameterwerten und den absoluten Volkseinkommensgrößen ab.

Als letzte Möglichkeit ist der Fall zu erwähnen, bei dem die Wachstumsraten des Kapitals und des Volkseinkommens kleiner als die der Ar-

beit sind. Wie man sich leicht überzeugen kann, sind ähnliche Überlegungen anzustellen wie im zuerst dargestellten Fall. Auf eine eingehende Analyse können wir verzichten.

Ändert man nun die Annahme über die Wachstumsraten der Volkseinkommen und unterstellt, daß das Volkseinkommen in Land 1 langsamer wächst als in Land 2, dann gelten die bisherigen Überlegungen zur Stabilität des stetigen Wachstumspfades entsprechend. Da in diesem Modell die Wachstumsrate des Volkseinkommens eines Landes immer zwischen der des Kapitalbestandes und der Arbeit liegt - außer im Fall des stetigen Wachstums - , werden mit den beiden Konstellationen (323.5), (323.6) und (323.7), (323.8) sowie dem nicht weiter erläuterten dritten Fall alle Möglichkeiten erfaßt.

Insgesamt kann man also feststellen, daß das langfristige Gleichgewicht nicht von allen Ausgangssituationen aus erreicht wird. Die Instabilität läßt sich noch auf andere Weise zeigen. Im langfristigen Gleichgewicht oder stetigen Wachstum nehmen Kapital und Arbeit mit derselben Rate zu; das bedeutet, daß das Verhältnis von Kapital zu Arbeit in beiden Ländern konstant ist. Bezeichnet man

$$323.9 \qquad z_i = \frac{K_i}{A_i} \quad (i = 1,2) \quad ,$$

dann folgt durch logarithmisches Differenzieren nach der Zeit

$$323.10 \qquad \frac{1}{z_i}\frac{dz_i}{dt} = \frac{1}{K_i}\frac{dK_i}{dt} - \frac{1}{A_i}\frac{A_i}{dt} \quad (i = 1,2)$$

und mit (323.4) und (323.3) sowie (321.4)

$$323.11 \qquad G_1 = \frac{1}{z_1}\frac{dz_1}{dt} = \frac{(s_1+m_1)A_1^a K_1^{1-a}}{K_1} - \frac{m_2 A_2^a K_2^{1-a}}{K_1} - n$$

$$323.12 \qquad G_2 = \frac{1}{z_2}\frac{dz_2}{dt} = \frac{(s_2+m_2)A_2^a K_2^{1-a}}{K_2} - \frac{m_1 A_1^a K_1^{1-a}}{K_2} - n$$

wobei G_i die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen (Verhältnis von Kapital zu Arbeit) und n die in beiden Ländern identische Wachstumsrate der Arbeit bezeichnet. Nun ergibt sich durch Differenzieren nach den relativen Kapitalausstattungen, wenn man in den Gleichungen (323.11) und (323.12) die Beziehung (323.9) berücksichtigt

323.13 $$\frac{\partial G_1}{\partial z_1} = -a(s_1+m_1)z_1^{-a-1} + m_2 \frac{A_2}{A_1} z_1^{-2} z_2^{1-a} \gtrless 0$$

323.14 $$\frac{\partial G_1}{\partial z_2} = -(1-a)m_2 \frac{A_2}{A_1} z_2^{-a} z_1^{-1} < 0$$

323.15 $$\frac{\partial G_2}{\partial z_1} = -(1-a)m_1 \frac{A_1}{A_2} z_1^{-a} z_2^{-1} < 0$$

323.16 $$\frac{\partial G_2}{\partial z_2} = -a(s_2+m_2)z_2^{-a-1} + m_1 \frac{A_1}{A_2} z_2^{-2} z_1^{1-a} \gtrless 0 \quad .$$

Diese Ableitungen zeigen die Wirkungen einer Veränderung der relativen Kapitalausstattungen auf die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen. Das langfristige Gleichgewicht ist nun in dem Punkt erreicht, in dem die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern, G_1 und G_2, gleich null sind. Würde man von einem solchen Gleichgewicht aus die relativen Kapitalausstattungen beider Länder erhöhen, dann ist Stabilität vorhanden, wenn sich diese wieder auf das langfristige Gleichgewicht zubewegen. Unterstellen wir zunächst, daß die partiellen Ableitungen (323.13) bis (323.16) negativ sind; dann werden die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen negativ, so daß z_1 und z_2 abnehmen und das langfristige Gleichgewicht wieder erreicht wird. Sind dagegen (323.13) und (323.16) positiv, dann ist es durchaus möglich, daß die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen positiv werden und die eine oder die andere der relativen Kapitalausstattungen zunimmt, sich also weg vom langfristigen Gleichgewicht bewegt. Dann ist das langfristige Gleichgewicht nicht stabil.

Die Übertragung des Konzepts des stetigen Wachstums auf Volkswirtschaft mit Außenhandel ist durchaus möglich, doch ergeben sich im allgemeinen mit der stetigen Wachstumsrate zunehmende Außenhandelssalden, da die Koeffizienten der Importfunktionen konstant sind. Genau wie bei Modellen ohne Außenhandel ist die Wachstumsrate unabhängig von der Sparquote. Schwierigkeiten tauchen jedoch bei der Stabilität der Modelle auf. Im Ein-Länder-Fall ergibt sich nur dann Stabilität, wenn die Wachstumsrate der Exporte kleiner ist als die des Volkseinkommens, da andernfalls die Wachstumsrate des Kapitalstocks negativ würde. Wie unsere Überlegungen bei den Zwei-Länder-Modellen gezeigt haben, kann über die Stabilität der Modelle a priori, d.h. ohne Kenntnis der Variablen- und Parameterwerte, nichts ausgesagt werden.

33 Ein neoklassisches Zwei-Sektoren-Wachstumsmodell mit Außenhandel

Wir wenden uns nun einem Zwei-Sektoren-Wachstumsmodell mit Außenhandel zu, werden aber im Gegensatz zum Vorgehen bei den aggregierten Modellen auf die Behandlung eines Modells ohne Außenhandel verzichten, um zu weitgehende Überschneidungen zu vermeiden.

Die modelltheoretische Auseinandersetzung mit den Zusammenhängen zwischen Wachstum und Außenhandel auf der Grundlage von Zwei-Sektoren-Modellen beschränkte sich bis in die jüngste Vergangenheit auf komparativ-statische Überlegungen; erst durch die bereits erwähnte Arbeit von Oniki und Uzawa wurden diese Probleme unter dynamischen Aspekten untersucht. Wir werden zunächst einleitend auf den komparativ-statischen Ansatz eingehen; das zentrale Anliegen dieses Abschnitts liegt jedoch in der Konkretisierung und Diskussion des dynamischen Modells von Oniki und Uzawa; insbesondere sollen dabei auch einige dogmengeschichtliche Entwicklungslinien gezogen werden.

331 Die komparativ-statische Version

Ausgangspunkt für die komparativ-statische Behandlung der Beziehungen zwischen Wachstum und internationalem Handel war ein Aufsatz von J. R. Hicks[1], in dem er die Wirkungen des wirtschaftlichen Wachstums in einer offenen Volkswirtschaft untersuchte. Sein zentrales Anliegen war die Erklärung der Dollarknappheit und der wirtschaftlichen Aussichten Großbritanniens. Daran anknüpfend entwickelte H. G. Johnson[2] ein Modell, in dem die Wirkungen der wirtschaftlichen Expansion auf den Umfang des internationalen Handels und die terms of trade zwischen Industrie- und Rohstoffländern dargestellt wurden[3]. Dabei versteht er unter wirtschaftlicher Expansion das Wachstum des Outputs, sei es als Folge von Kapitalakkumulation, Bevölkerungswachstum oder technischem Fortschritt. Diese drei Faktoren

---

1) J.R.Hicks, An Inaugural Lecture, in:Oxford Economic Papers,N.S. Vol.5, 1953, S. 117 - 135.
2) H.G.Johnson, Economic Expansion and International Trade, Kapitel 3 in: H.G.Johnson, International Trade and Economic Growth, London 1958. Dieses Kapitel wurde zuerst in etwas anderer Fassung in: Manchester School of Economic and Social Studies, Vol.XXIII,1955,S.95-112,veröffentlicht.
3) H.G.Johnson, a.a.O., S. 65.

des wirtschaftlichen Wachstums werden als exogen angenommen. Abgesehen[1] davon, daß die von Johnson verwendete Terminologie ("ultra-anti-trade-biased", "anti-trade-biased", "neutral" usw.) viel zu kompliziert ist und sich deshalb in der Literatur nicht durchgesetzt hat, wird bei ihm die Frage der Auswirkungen sich ändernder terms of trade auf das Volkseinkommen infolge wirtschaftlichen Wachstums von der anderen, bei Wachstumsüberlegungen weit weniger wichtigen Frage verdrängt, "... wether ... expansion tends to increase or decrease its (eines Landes) dependence on international trade"[2]. Außerdem ist die verbale Methode, die Johnson weitgehend anwendet, für die Darstellung von allgemeinen Gleichgewichtsmodellen wenig geeignet.

Mit einem ähnlichen Modell haben R. Findlay und H. Grubert[3] die Auswirkungen des technischen Fortschritts auf die terms of trade untersucht. Da jedoch der technische Fortschritt bei unseren weiteren Überlegungen keine Rolle spielt, wollen wir darauf ebenso wie auf die weiteren Teilprobleme behandelnden Veröffentlichungen nicht eingehen.

Eine systematische Zusammenfassung der bisherigen komparativ-statischen Diskussion über wirtschaftliches Wachstum und internationalen Handel veröffentlichte im Jahre 1964 B. Södersten. Unter verschiedenen Voraussetzungen untersucht er die Wirkungen des Wachstums eines Produktionsfaktors und des technischen Fortschritts auf die terms of trade, das Volumen der Ex- und Importe, das reale Volkseinkommen, die Faktorpreise und die Einkommensverteilung. Die Ergebnisse von Södersten sind im allgemeinen nicht neu; was seine Darstellung gegenüber den bisherigen Beiträgen auszeichnet, ist die Vollständigkeit bei der Behandlung der Zusammenhänge und die durchgehende mathematische Formulierung und Beweisführung. Wie bereits erwähnt, verwendet Södersten die komparativ-statische Methode; er geht dabei von einer Situation aus, bei der bereits Außenhandel existiert, variiert eine Modellgröße - im allgemeinen die Faktorausstattung - und analysiert die Wirkungen auf verschiedene Modellvariablen. In seinem Modell berücksichtigt er zwei Produktionsfaktoren, Arbeit und Kapital, mit denen zwei Güter, ein Export und ein Importsubstitutionsgut produziert werden. Um

---

1) Vergl.zum folgenden B.Södersten, A Study of Economic Growth and International Trade, a.a.O., S. 13.
2) H.G.Johnson, a.a.O., S. 76; B.Södersten, a.a.O., S. 13
3) R.Findlay und H. Grubert, Factor Intensities, Technological Progress, and the terms of trade, in: Oxford Economic Papers, N.S. Vol.11,1959, S. 111 - 121.

eindeutige Ergebnisse zu erhalten, unterstellt er linear-homogene Produktionsfunktionen[1].

Wir wollen die wesentlichen Ergebnisse von Södersten kurz zusammenfassen, soweit sein Modell mit dem von uns später verwendeten übereinstimmt; sie sind insbesondere im dritten Kapitel seines Buches zu finden[2].

- Faktorakkumulation und Faktorpreise[3]
Wenn in einem Land der Bestand eines Produktionsfaktors zunimmt, dann fällt dessen Preis und - sofern die Grenzproduktivität des anderen Produktionsfaktors steigt - nimmt der Preis des anderen Produktionsfaktors zu

- Faktorakkumulation und terms of trade[4]
Obwohl das Ausmaß der Wirkung einer Faktorakkumulation von verschiedenen Faktoren abhängt, ist für die Richtung die Faktorintensität der Güter allein entscheidend. Wenn die Importsubstitutionsgüter kapitalintensiv sind, dann führt eine Kapitalakkumulation zu einer Verbesserung der terms of trade; wenn dagegen die Exportgüter kapitalintensiv sind, dann verschlechtern sich die terms of trade infolge einer Kapitalvermehrung. Für den Faktor Arbeit gelten die analogen Zusammenhänge.

- Faktorakkumulation und Volumen der Export- und Importgüterproduktion[5]
Die Wirkungen einer Faktorakkumulation hängen wieder entscheidend von der Faktorintensität der Güter ab. Wenn die Faktorakkumulation bei dem Produktionsfaktor erfolgt, der beim Exportgut intensiv verwendet wird, dann steigt das Volumen der Exportgüterproduktion. Findet dagegen die Faktorakkumulation bei dem Produktionsfaktor statt, der vom Exportgut nicht intensiv verwendet wird, dann ist das Ergebnis unbestimmt. Für die Importgüterproduktion sind die Ergebnisse analog. Faktorakkumulation führt zu einer Zunahme der Importgüterproduktion, wenn der wachsende Faktor bei der Importgüterproduktion intensiv verwendet wird; wird der andere Faktor intensiv verwendet, dann ist das Ergebnis unbestimmt.

- Faktorakkumulation und reales Volkseinkommen[6]
Wenn der Sektor, der Importgüter produziert, den wachsenden Produktions-

---

1) B.Södersten, a.a.O., S. 68.
2) B. Södersten, a.a.O., S.63-91.
3) B.Södersten, a.a.O., S. 81 ff.
4) B. Södersten, a.a.O., S.64 ff,S.
5) B.Södersten, a.a.O., S. 76 ff.
6) B.Södersten, a.a.O., S. 78 ff.

faktor intensiv verwendet, dann fallen die Importgüterpreise und die terms of trade verbessern sich; gleichzeitig nimmt die Importgüterproduktion zu. Insgesamt ergibt sich ein positiver Effekt auf das Volkseinkommen. Aber auch vom Exportsektor geht in diesem Fall eine positive Wirkung auf das reale Volkseinkommen aus. Die Zusammenhänge zwischen Faktorakkumulation und realem Volkseinkommen sind zu komplex, als daß sie hier ganz dargestellt werden könnten. Der wichtigste Faktor, der die Veränderung des realen Volkseinkommens bestimmt, sind die terms of trade. Eine Verbesserung führt zu einem schnelleren Wachstum des realen Volkseinkommens, eine Verschlechterung bewirkt, daß die durch die Faktorakkumulation hervorgerufene Outputsteigerung teilweise kompensiert wird. Aber auch in dem anderen Fall, wenn der Importsektor den akkumulierenden Faktor nicht intensiv verwendet, ergibt sich ein positiver Effekt auf das reale Volkseinkommen; vom Exportsektor, der den wachsenden Produktionsfaktor intensiv verwendet, geht eine negative Wirkung auf das reale Volkseinkommen aus.

Wir haben in aller Kürze einige Ergebnisse von Södersten als Beispiel für die komparativ-statische Methode zusammengestellt. Nicht berücksichtigt wurden die durch technischen Fortschritt hervorgerufenen Wirkungen. Im Gegensatz zu dem komparativ-statischen Ansatz von Södersten wollen wir im folgenden ein dynamisches Zwei-Sektoren-Zwei-Länder-Zwei-Faktoren-Modell darstellen. Es wird sich dann zeigen, daß die Ergebnisse dieses Modells im Vergleich zum komparativ-statischen Ansatz viel undifferenzierter sind. Dies rührt einmal daher, daß die Kapitalakkumulation in dem dynamischen Modell als endogen behandelt wird, während sie in der komparativ-statischen Analyse exogen ist[1]. Zum anderen ergeben sich bei einer dynamischen Analyse wesentlich größere mathematische Schwierigkeiten.

332 Ein dynamisches Modell mit Cobb-Douglas-Funktionen

Der Unterschied zwischen den im letzten Abschnitt skizzierten komparativ-statischen Analysen und dem nun darzustellenden dynamischen Modell besteht vor allem darin, daß jetzt nicht nur die exogene Veränderung eines

---

1) Ein komparativ-statisches Modell, bei dem die Kapitalakkumulation endogen bestimmt ist, hat R.E.Baldwin, The Role of Capital-Goods Trade in the Theory of International Trade, in: American Economic Review, Vol. LVI, 1966, S. 841 - 848, entwickelt.

Produktionsfaktors unter ceteris-paribus-Bedingungen vorgenommen wird, sondern daß nun zwei Produktionsfaktoren gleichzeitig zunehmen, die Arbeit mit einer exogen gegebenen Wachstumsrate, der Kapitalbestand endogen durch die Investitionsgüterproduktion eines Landes, vermehrt oder vermindert durch die Investitionsgüterimporte oder -exporte. Die folgende Darstellung eines solchen dynamischen Außenhandelswachstumsmodells beruht auf der Arbeit von Oniki und Uzawa und dem weitgehend identischen Ansatz von Bardhan[1]. Sie unterscheidet sich davon insbesondere durch die explizite Einführung von Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen. Dadurch wird die Formulierung des Modells in mancher Beziehung etwas spezieller, erlaubt jedoch präzisere Aussagen.

Das Modell besteht aus zwei Ländern[2] 1 und 2, in denen mit den folgenden, in beiden Ländern identischen[3] Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen Konsum- und Investitionsgüter hergestellt werden

33.1 $$F_{iC,t} = A_{iC,t}^{a} K_{iC,t}^{1-a}$$

33.2 $$F_{iI,t} = A_{iI,t}^{b} K_{iI,t}^{1-b} ,$$

wobei $F_{iC,t}$ die Konsumgüterproduktion, $F_{iI,t}$ die Investitionsgüterproduktion und $A_{iC,t}$, $A_{iI,t}$, $K_{iC,t}$, $K_{iI,t}$ die in den beiden Sektoren eingesetzten Mengen an Arbeit und Kapital jeweils zum Zeitpunkt t bedeuten. Technischer Fortschritt ist ausgeschlossen, so daß die Produktionsbedingungen im Zeitverlauf konstant bleiben. Da sich die Exponenten der Produktionsfunktionen zu eins ergänzen, unterliegen sie konstanter Niveaugrenzproduktivität. Die Produktionsfunktionen weisen außerdem abnehmende Grenzproduktivitäten auf.

Die in den beiden Ländern produzierten Güter werden durch die Exporte bzw. Importe vermindert oder vermehrt. Das Gesamtangebot an Konsumgütern in Land i beträgt dann

33.3 $$Y_{iC,t} = F_{iC,t} + X_{iC,t} = A_{iC,t}^{a} K_{iC,t}^{1-a} + X_{iC,t}$$

und von Investitionsgütern

---

1) P.K.Bardhan I, a.a.O., verwendet im Gegensatz zu Oniki und Uzawa eine klassische Sparfunktion, bei der nur die Kapitalisten sparen; in seinem zweiten Aufsatz verwendet P.K.Bardhan II, a.a.O., unterschiedliche Sparquoten für Kapitalisten und Arbeiter.

2) Zur Vereinfachung wird bei den Gleichungen i = 1,2 nicht erwähnt.

3) Dies ist eine seit B.Ohlins, Interregional and International Trade, Cambridge, Mass.1933, oft verwendete Voraussetzung, die aber in der Folgezeit heftig diskutiert wurde.

33.4 $$Y_{iI,t} = F_{iI,t} + X_{iI,t} = A_{iI,t}^{b} K_{iI,t}^{1-b} + X_{iI,t} \quad ,$$

wobei $X_{iC,t}$ den Import ($X_{iC,t} > 0$) oder Export ($X_{iC,t} < 0$) von Konsumgütern und $X_{iI,t}$ den Import ($X_{iI,t} > 0$) oder Export ($X_{iI,t} < 0$) von Investitionsgütern bezeichnet.

Es wird angenommen, daß die Handelsbilanz in beiden Ländern stets ausgeglichen ist, also

33.5 $$X_{iC,t} + p_t X_{iI,t} = 0 \quad ;$$

dabei ist p_t der Preis der Investitionsgüter, ausgedrückt in Einheiten der Konsumgüter; das Konsumgut wird als numéraire verwendet. Auf den Gütermärkten in beiden Ländern herrscht vollständige Konkurrenz; ferner wird von Transportkosten abstrahiert, und es gibt keine Handelshindernisse. Die Güterpreise sind deshalb in beiden Ländern identisch. Der Preismechanismus bewirkt außerdem, daß ein Land jeweils nur eines der beiden Güter entweder importiert oder exportiert. Die Exporte des einen Landes sind in einem Zwei-Länder-Modell gleich den Importen des andern, also

33.6 $$X_{1C,t} + X_{2C,t} = 0$$

33.7 $$X_{1I,t} + X_{2I,t} = 0 \quad .$$

Da die Handelsbilanz immer ausgeglichen ist, beträgt das Volkseinkommen $Y_{i,t}$ in den beiden Ländern

33.8 $$Y_{i,t} = A_{iC,t}^{a} K_{iC,t}^{1-a} + p_t A_{iI,t}^{b} K_{iI,t}^{1-b} \quad .$$

Auf den Faktormärkten herrscht vollständige Konkurrenz, so daß die Produktionsfaktoren mit ihrem Grenzprodukt entlohnt werden; deshalb gilt

33.9 $$w_{iC,t} = a\, z_{iC,t}^{1-a}$$

33.9a $$w_{iI,t} = p_t\, b\, z_{iI,t}^{1-b}$$

33.10 $$r_{iC,t} = (1-a)\, z_{iC,t}^{-a}$$

33.10a $$r_{iI,t} = (1-b)\, z_{iI,t}^{-b}\, p_t \quad ,$$

wobei $z_{iC,t} = K_{iC,t}/A_{iC,t}$ und $z_{iI,t} = K_{iI,t}/A_{iI,t}$ bedeutet.
Außerdem sind infolge vollständiger Konkurrenz die Faktorpreise in beiden Sektoren gleich

33.11 $w_{iC,t} = w_{iI,t}$

33.12 $r_{iC,t} = r_{iI,t}$.

Ferner sind stets alle Produktionsfaktoren vollbeschäftigt; deshalb gilt

33.13 $A_{iC,t} + A_{iI,t} = A_{i,t}$

33.14 $K_{iC,t} + K_{iI,t} = K_{i,t}$.

Die Sparfunktion lautet

33.15 $S_{i,t} = s_i Y_{i,t}$,

wobei $0 < s_i < 1$ ist. Bei ausgeglichener Handelsbilanz ist Sparen gleich Investieren, also

33.16 $p_t Y_{iI,t} = s_i Y_{i,t}$.

Das Angebot an Arbeit wächst mit einer konstanten Rate n, die exogen gegeben ist

33.17 $\frac{dA_i}{dt} \frac{1}{A_{i,t}} = n$.

Die Vermehrung des Kapitalbestandes geschieht durch die in jeder Periode durchgeführten Investitionen; es gilt

33.18 $\frac{dK_i}{dt} = Y_{iI,t}$,

wobei $Y_{iI,t}$ die Investitionen bezeichnet; von Abschreibungen sehen wir ab.

Mit diesen Gleichungen haben wir ein dynamisches Modell für zwei Länder mit dem Austausch von Konsum- gegen Investitionsgüter. Das Modell läßt sich in zwei Teilsysteme aufspalten, wobei das eine das kurzfristige und das andere das langfristige Verhalten der Variablen determiniert. Die Gleichungen (33.1) bis (33.16) bestimmen, bei gegebener Faktorausstattung und Sparneigung in beiden Ländern, die Volkseinkommen $Y_{i,t}$, die Outputs von Konsum- und Investitionsgütern $Y_{iC,t}$ und $Y_{iI,t}$, die Verteilung der vorhandenen Faktorbestände auf die zwei Sektoren $K_{iC,t}$, $K_{iI,t}$, $A_{iC,t}$ und $A_{iI,t}$, den relativen Güterpreis p_t, die Faktorpreise $w_{iC,t}$, $w_{iI,t}$, $r_{iC,t}$ und $r_{iI,t}$, das Sparen $S_{i,t}$ sowie die Exporte und Importe von Konsum- und Investitionsgütern $X_{iC,t}$ und $X_{iI,t}$.

Wir haben 34 Gleichungen zur Bestimmung der 33 Unbekannten; allerdings ist eine Gleichung nicht unabhängig. Wenn man die Gleichungen (33.6) und (33.7) in (33.5), d.h. in die Zahlungsbilanzgleichung für das Land 1 einsetzt, erhält man die Zahlungsbilanzgleichung für das andere Land; aus

$$X_{1C,t} + p_t X_{1I,t} = 0$$

folgt $$-X_{2C,t} - p_t X_{2I,t} = 0 \quad .$$

Die Zahl der unabhängigen Gleichungen ist also gleich der Zahl der Unbekannten, so daß das System konsistent ist. Dieses statische Teilsystem ist auch mit den allgemeinen Gleichungssystemen identisch - bis auf die Formulierung der Nachfragebedingungen -, wie sie für die Beschreibung der Heckscher-Ohlinschen-Faktorproportionentheorie verwendet werden. Auf diese dogmengeschichtlichen Beziehungen werden wir später[1] noch eingehen

Das zeitliche Verhalten der im kurzfristigen Teilsystem konstanten Faktorausstattungen wird durch die beiden Differentialgleichungen (33.17) und (33.18) bestimmt. Während das Angebot an Arbeit in beiden Ländern exogen gegeben ist, wird der Kapitalbestand endogen durch die Investitionen determiniert. Über den kurzfristigen Modellmechanismus passen sich die anderen Variablen des Systems sofort an die Veränderungen der Faktorausstattungen an. Dadurch sind auch die Wachstumspfade der Volkseinkommen, der Exporte und Importe, der Güter- und Faktorpreise usw. im Zeitverlauf gegeben.

Zwar ist die Übereinstimmung der Zahl der Gleichungen mit der Zahl der Unbekannten eine Voraussetzung für ein Gleichgewicht, jedoch lassen sich ohne weitere Analyse keine Aussagen darüber machen, ob ein Gleichgewicht existiert oder nicht oder ob sogar mehrere Gleichgewichtssituationen existieren können. Darüber hinaus ist es erforderlich, die Stabilität des Gleichgewichts zu untersuchen, d.h. das Verhalten der Variablen auf einen Anstoß von außen oder deren Entwicklung von einer Ungleichgewichtssituation aus. Wie wir gesehen haben, besteht das neoklassische Wachstumsmodell in einer offenen Volkswirtschaft aus einem Teilsystem, das die Güter- und Faktorpreise, die Verteilung der vorhandenen Produktionsfaktoren auf die einzelnen Verwendungen usw. bestimmt, ferner aus einem Teilsystem, das die Entwicklung der in den beiden Volkswirtschaften vorhandenen Faktorbestände determiniert. Demzufolge muß zwischen einem kurz- und

---

1) Vergl. S. 117 ff.

einem langfristigen Gleichgewicht unterschieden werden[1]. Das kurzfristige Gleichgewicht befaßt sich mit den "...equilibrium quantities and prices at each moment of time, given capital stock ... and available labour forces ..."[2]. Dieses ist dann gegeben, wenn alle in einem bestimmten Zeitpunkt vorhandenen Bestände an Produktionsfaktoren voll beschäftigt sind sowie alle produzierten Güter - unter Berücksichtigung des Außenhandels - nachgefragt werden. Das langfristige Gleichgewicht wird im Sinne eines stetigen Wachstums oder "Goldenen Zeitalters" verstanden.

Wir wollen in den folgenden Abschnitten dieses dynamische Außenhandelsmodell in zwei Schritten analysieren. Zunächst gehen wir auf das kurzfristige, dann auf das langfristige Gleichgewicht des Modells ein. Allerdings werden bei ersterem die Existenz- und Stabilitätsfragen nicht behandelt.

333 Das kurzfristige Gleichgewicht

Mit der Analyse des kurzfristigen Gleichgewichts werden zwei Ziele verfolgt. Einmal soll damit die Grundlage für die Existenz- und Stabilitätsuntersuchung des stetigen Wachstums geschaffen werden. Zum anderen ist das kurzfristige Gleichgewicht ein selbständiges Untersuchungsobjekt. So können im Rahmen des statischen Teilmodells Beziehungen zu den statischen Außenhandelsmodellen, die auf dem Heckscher-Ohlin-Ansatz aufbauen, hergestellt werden. Im Mittelpunkt des Abschnitts steht jedoch die Bestimmung der Güterpreise auf dem Weltmarkt mit Hilfe der Importfunktion der beiden Länder; die Art der Spezialisierung spielt dabei eine wesentliche Rolle. Für das langfristige Gleichgewicht andererseits ist relevant, wie sich eine Änderung der relativen Faktorausstattung über die Veränderung der relativen Güter- und Faktorpreise auf die Wachstumsrate der relativen Faktorausstattungen der beiden Länder auswirkt.

---

1) Vergl.dazu H.Uzawa II,a.a.O.,S.107 ff., S.111 ff.; ferner F.H.Hahn, On Two Sector Growth Models, in:Review of Economic Studies, Vol.XXXII 1965, S.339-346, der aber von "momentary equilibrium" und "steady state" spricht, oder E.M.Drandakis, Factor Substitution in the Two-Sector Growth Model, in: Review of Economic Studies,Vol.XXX,1963, S.217-228, der zwischen "competitive equilibrium in each time period" und "existence and stability of the balanced growth path" unterscheid

2) H.Uzawa II, a.a.O., S. 107.

3331 Beziehungen zwischen Faktorpreisrelationen, Inputrelationen und Güterpreisrelation

Aus den Gleichungen (33.9), (33.9a), (33.10) und (33.10a), die das Gleichgewicht auf den Faktormärkten bestimmen, ergibt sich für die Relationen zwischen Lohn und Kapitalrente in beiden Sektoren[1)]

33.19 $$q_{iC} = \frac{w_{iC}}{r_{iC}} = \frac{a\, z_{iC}^{1-a}}{(1-a) z_{iC}^{-a}} = \frac{a}{1-a}\, z_{iC}$$

33.20 $$q_{iI} = \frac{w_{iI}}{r_{iI}} = \frac{p\, b\, z_{iI}^{1-b}}{p(1-b) z_{iI}^{-b}} = \frac{b}{1-b}\, z_{iI} \quad .$$

Da vollständige Konkurrenz vorausgesetzt wird, ist $q_{iC} = q_{iI} = q_i$, d.h. die Faktorpreisrelationen sind in beiden Sektoren gleich. Bei gegebenem q_i gilt dann

33.21 $$z_{iC} = q_i \frac{1-a}{a}$$

33.22 $$z_{iI} = q_i \frac{1-b}{b} \quad .$$

Zwischen den Faktorpreisrelationen und den Inputrelationen existiert also eine lineare Beziehung. Eine Änderung von q_i um dq_i führt zu einer Änderung von z_{iC} und z_{iI}, die durch folgende Beziehungen gegeben sind

33.23 $$\frac{dz_{iC}}{dq_i} = \frac{1-a}{a} > 0$$

33.24 $$\frac{dz_{iI}}{dq_i} = \frac{1-b}{b} > 0 \quad .$$

Analog ergibt sich

33.25 $$\frac{dq_i}{dz_{iC}} = \frac{a}{1-a} > 0$$

33.26 $$\frac{dq_i}{dz_{iI}} = \frac{b}{1-b} > 0 \quad .$$

Da $0 < a,b < 1$ ist, sind diese Ableitungen immer positiv. Bei gegebenen Faktorpreisen, die in beiden Sektoren gleich sind, folgt aus den Gleichungen (33.21) und (33.22)

---

1) Da sich bei der Analyse des kurzfristigen Gleichgewichts alle Variablen auf denselben Zeitpunkt beziehen, kann der Zeitindex t wegbleiben.

33.27 $$z_{iC}^{\frac{a}{1-a}} = z_{iI}^{\frac{b}{1-b}} .$$

Je nach den Werten der Produktionselastizitäten a und b ergeben sich unterschiedliche Beziehungen zwischen den Inputrelationen der beiden Sektoren, nämlich

$$a = b \quad \text{und} \quad z_{iC} = z_{iI}$$
$$a > b \quad \text{und} \quad z_{iC} < z_{iI}$$
$$a < b \quad \text{und} \quad z_{iC} > z_{iI} .$$

Wenn also die Produktionselastizität in bezug auf die Arbeit bei der Konsumgüterherstellung größer ist als bei der Investitionsgüterproduktion, dann ist die Kapitalintensität, das Verhältnis von Kapital zu Arbeit, bei ersterer kleiner als bei letzterer, und umgekehrt. Wie aus Gleichung (33.27) leicht zu ersehen ist, ist das Verhältnis zwischen den Inputrelationen konstant und ist durch die Produktionselastizitäten gegeben.

Aus den Gleichungen (33.9), (33.9a), (33.10) und (33.10a) lassen sich weiter Beziehungen zwischen Güter- und Faktorpreisrelationen ableiten. Da infolge vollständiger Konkurrenz auf den Faktormärkten die Faktorpreise in jedem Sektor gleich sind, folgt durch Gleichsetzung von (33.9) mit (33.9a) bzw. (33.10) mit (33.10a)

33.28 $$a\, z_{iC}^{1-a} = p\, b\, z_{iI}^{1-b}$$

bzw.

33.29 $$p = \frac{a\, z_{iC}^{1-a}}{b\, z_{iI}^{1-b}}$$

und

33.30 $$(1-a)z_{iC}^{-a} = p(1-b)z_{iI}^{-b}$$

bzw.

33.31 $$p = \frac{(1-a)z_{iC}^{-a}}{(1-b)z_{iI}^{-b}} .$$

Setzt man (33.21) bzw. (33.22) in die Gleichungen (33.29) bzw. (33.31) ein, dann erhält man

33.32 $$p = \frac{a}{b}\left(\frac{1-a}{a}\right)^{1-a}\left(\frac{1-b}{b}\right)^{b-1} q_i^{b-a}$$

und

$$33.33 \qquad p = \frac{1-a}{1-b}\left(\frac{1-a}{a}\right)^{-a}\left(\frac{1-b}{b}\right)^{b} q_i^{b-a} \quad .$$

Wie man leicht durch einige Umformungen zeigen kann, sind die beiden Gleichungen (33.32) und (33.33) identisch. Sie beschreiben die Beziehungen zwischen Faktor- und Güterpreisrelationen. Ihre Eigenschaften werden deutlicher, wenn man sie nach q_i differenziert. Dann erhält man

$$33.34 \qquad \frac{dp}{dq_i} = \frac{1-a}{1-b}\left(\frac{1-a}{a}\right)^{-a}\left(\frac{1-b}{b}\right)^{b}(b-a)\, q_i^{b-a-1} \quad .$$

Diese Ableitungen sind negativ, positiv oder null, je nachdem b kleiner, größer oder gleich a ist, also

$$\frac{dp}{dq_i} \gtreqless 0 \quad \text{je nachdem} \quad a \lesseqgtr b$$

$$\text{oder je nachdem } z_{iC} \gtreqless z_{iI} \quad \text{ist.}$$

Um die Beziehungen zwischen Input- und Güterpreisrelationen explizit darstellen zu können, lösen wir (33.28) und (33.30) nach z_{iC} und z_{iI} auf und erhalten

$$33.35 \qquad z_{iC} = \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{1}{1-a}} p^{\frac{1}{1-a}} z_{iI}^{\frac{1-b}{1-a}}$$

$$33.36 \qquad z_{iI} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{1-b}}\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{1}{1-b}} z_{iC}^{\frac{1-a}{1-b}}$$

$$33.37 \qquad z_{iC} = \left(\frac{1-b}{1-a}\right)^{-\frac{1}{a}} p^{-\frac{1}{a}} z_{iI}^{\frac{b}{a}}$$

$$33.38 \qquad z_{iI} = \left(\frac{1-a}{1-b}\right)^{-\frac{1}{b}}\left(\frac{1}{p}\right)^{-\frac{1}{b}} z_{iC}^{\frac{a}{b}} \quad .$$

Setzt man nun (33.35) gleich (33.37) und (33.36) gleich (33.38), dann erhält man nach einigen Umformungen die beiden Gleichungen

$$33.39 \qquad z_{iC} = \left(\frac{1-a}{1-b}\right)^{-\frac{1-b}{b-a}}\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{-b}{b-a}} p^{\frac{1}{b-a}} = B_1\, p^{\frac{1}{b-a}}$$

$$33.40 \qquad z_{iI} = \left(\frac{1-b}{1-a}\right)^{-\frac{1-a}{a-b}}\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{-a}{a-b}}\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{1}{a-b}} = B_2\, p^{\frac{1}{b-a}} \quad ,$$

die das Verhältnis zwischen Input- und Güterpreisrelation zeigen, wobei B_1 und B_2 Konstante sind, die zur Abkürzung verwendet werden. Differenziert man (33.39) und (33.40) nach dem Güterpreisverhältnis, ergeben sich

folgende Ausdrücke

33.41 $$\frac{dz_{iC}}{dp} = B_1 \frac{1}{b-a} p^{\frac{1}{b-a}-1}$$

33.42 $$\frac{dz_{iI}}{dp} = B_2 \frac{1}{b-a} p^{\frac{1}{b-a}-1} \quad .$$

Das Vorzeichen der beiden Ableitungen hängt nur vom Vorzeichen des Bruches vor p ab, da alle anderen Faktoren positiv sind. Man erhält folgende Zusammenhänge

$$\frac{dz_{iC}}{dp} \gtreqless 0 \quad \text{je nachdem} \quad a \lesseqgtr b$$

$$\frac{dz_{iI}}{dp} \gtreqless 0 \quad \text{je nachdem} \quad a \lesseqgtr b \quad .$$

Ist also z.B. die Produktionselastizität der Arbeit bei der Konsumgüterindustrie größer als die bei der Investitionsgüterherstellung, $a > b$, dann bewirkt eine Erhöhung des Investitionsgüterpreises im Verhältnis zum Konsumgüterpreis sowohl eine Verminderung der Inputrelation im Konsum- als auch im Investitionsgütersektor. Die Inputrelationen reagieren also in beiden Sektoren auf eine Veränderung des relativen Güterpreises in der gleichen Richtung. Bei gegebenen Güterpreisen hängt das Verhältnis der Inputrelationen zueinander von der Größe B_1 und B_2 ab, die ihrerseits von a und b, d.h. von den Produktionselastizitäten bestimmt werden.

3332 Kritische Werte der Güter- und Faktorpreisrelationen für vollständige Spezialisierung

Durch den internationalen Handel erfolgt in jedem der am Handel teilnehmenden Länder eine teilweise oder vollständige Spezialisierung. Vollständige Spezialisierung eines Landes liegt dann vor, wenn nur ein Gut produziert und exportiert und das andere importiert wird. Teilweise Spezialisierung eines Landes ist dann gegeben, wenn beide Güter produziert, eines davon exportiert und das andere importiert werden. Die Art der Spezialisierung wird sowohl von den relativen Faktorausstattungen als auch von den Nachfragebedingungen in den beiden Ländern bestimmt. Bezeichnet man die kritische Güterpreisrelation für den Eintritt der vollständigen Spezialisierung auf Investitionsgüter mit p^k_{iI} und für den Eintritt der vollständigen Spezialisierung auf Konsumgüter mit p^k_{iC}, dann ergeben sich

auf Grund der Beziehungen (33.32) und (33.33) die kritischen Faktorpreisrelationen q_{iC}^{k} und q_{iI}^{k}. Die kritischen Güter- und Faktorpreisrelationen sind natürlich für die beiden Länder nicht identisch. Für die Inputrelationen erhält man im ersten Fall $z_{iC}^{k} = z_i$ und $z_{iI} = 0$ und im zweiten Fall $z_{iC} = 0$ und $z_{iI}^{k} = z_i$, wobei z_i die relative Faktorausstattung eines Landes bezeichnet. Die Produktionsfaktoren des Landes werden also nur in einem Sektor eingesetzt, so daß die Inputrelation dieses Sektors dann mit der relativen Faktorausstattung des Landes identisch ist.

Mit der relativen Faktorausstattung z_i erhält man aus den Beziehungen (33.21) und (33.22)

33.43 $$q_{iC}^{k} = \frac{a}{1-a} z_i$$

33.44 $$q_{iI}^{k} = \frac{b}{1-b} z_i \quad .$$

Bei gegebener relativer Faktorausstattung bestimmen die Produktionselastizitäten die kritischen Werte der Faktorpreisrelationen für den Eintritt der vollständigen Spezialisierung. Je nachdem nun $a \gtrless b$ ist, wird auch $\frac{a}{1-a} \gtrless \frac{b}{1-b}$ und damit $q_{iC}^{k} \gtrless q_{iI}^{k}$; d.h. daß das kritische Faktorpreisverhältnis für den Eintritt der vollständigen Spezialisierung auf Konsumgüter größer, kleiner oder gleich derjenigen für den Eintritt der vollständigen Spezialisierung auf Investitionsgüter ist, je nachdem die Produktionselastizitäten der Arbeit bei der Konsumgüterproduktion größer, kleiner oder gleich sind als bei der Investitionsgüterproduktion. Da die Produktionselastizitäten die Faktorintensität in beiden Sektoren determinieren ist die Größe der kritischen Faktorpreisrelationen von der Faktorintensität der beiden Sektoren abhängig.

Die zu den kritischen Faktorpreisrelationen gehörigen kritischen Güterpreisrelationen lassen sich nun leicht aus (33.43), (33.44) und (33.33) gewinnen, nämlich als

33.45 $$p_{iC}^{k} = \frac{1-a}{1-b}\left(\frac{1-a}{a}\right)^{-a}\left(\frac{1-b}{b}\right)^{b}\left(\frac{a}{1-a}\right)^{b-a} z_i^{b-a}$$

33.46 $$p_{iI}^{k} = \frac{1-a}{1-b}\left(\frac{1-a}{a}\right)^{-a}\left(\frac{1-b}{b}\right)^{b}\left(\frac{b}{1-b}\right)^{b-a} z_i^{b-a} \quad .$$

Bei p_{iC}^{k} erfolgt vollständige Spezialisierung auf das Konsumgut, bei p_{iI}^{k} auf das Investitionsgut. Wenn die Faktorausstattung gegeben ist, hängen die Unterschiede zwischen den kritischen Preisrelationen von der Größe

der beiden Ausdrücke $(\frac{a}{1-a})^{b-a}$ und $(\frac{b}{1-b})^{b-a}$ ab. Diese Beziehungen lassen sich verdeutlichen, wenn man die kritischen Güterpreisrelationen direkt mit den Produktionselastizitäten a und b in Beziehung bringt. Wenn a = b ist, dann sind die kritischen Güterpreisrelationen für Konsum- und Investitionsgüter gleich. Für die anderen beiden Fälle - $a \gtrless b$ - bedarf es einiger Überlegungen, um das Verhältnis zwischen den kritischen Güterpreisrelationen bestimmen zu können. Für die beiden Fälle folgt

$$b > a \qquad\qquad b < a$$

$$1-b < 1-a \qquad\qquad 1-b > 1-a$$

$$\frac{b}{1-b} > \frac{a}{1-a} \qquad\qquad \frac{b}{1-b} < \frac{a}{1-a}$$

$$(\frac{b}{1-b})^{b-a} > (\frac{a}{1-a})^{b-a} \qquad\qquad (\frac{b}{1-b})^{b-a} > (\frac{a}{1-a})^{b-a} \quad .$$

Wie man sieht, sind bei allen Kombinationen von a und b die kritischen Preisrelationen bei völliger Spezialisierung auf Investitionsgüter größer als bei völliger Spezialisierung auf Konsumgüter. Zusammenfassend ergibt sich also

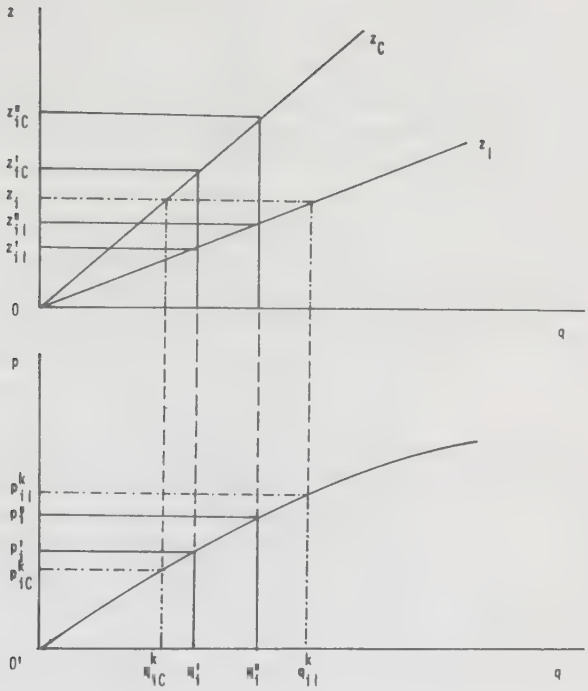
$$p^k_{iC} \lessgtr p^k_{iI} \quad \text{je nachdem} \quad a \gtrless b \ .$$

Dieses Ergebnis mag erstaunen; es ergibt sich jedoch notwendigerweise aus der Modellstruktur.

Die bisher erörterten Zusammenhänge lassen sich leicht graphisch verdeutlichen. In Abbildung 3.1 sind die Beziehungen zwischen Faktorpreis- und und Inputrelationen der beiden Güter (oberes Koordinatensystem) einerseits und zwischen Faktorpreis- und Güterpreisrelationen (unteres Koordinatensystem) andererseits eingetragen. Unter der Voraussetzung, daß $a < b$ ist, ergeben sich aus den Gleichungen (33.21), (33.22) und (33.32) die eingezeichneten Kurven, die alle eine positive Steigung aufweisen.

Wir wollen zunächst die kritischen Werte für die Faktor- und Güterpreisrelationen einzeichnen. Diese sind, wie wir gesehen haben, von der Faktorausstattung abhängig. Wenn also z.B. die relative Faktorausstattung z_i eines Landes Oz_i beträgt, dann ist die kritische Faktorpreisrelation für den Eintritt der völligen Spezialisierung auf Konsumgüter gleich Oq^k_{iC} und auf Investitionsgüter gleich Oq^k_{iI}. Die kritischen Güterpreisrelationen erhält man dadurch, daß man die kritischen Faktorpreisrelationen auf das untere Koordinatensystem überträgt. Man erhält $O'p^k_{iC}$ und $O'p^k_{iI}$.

Abb. 3.1

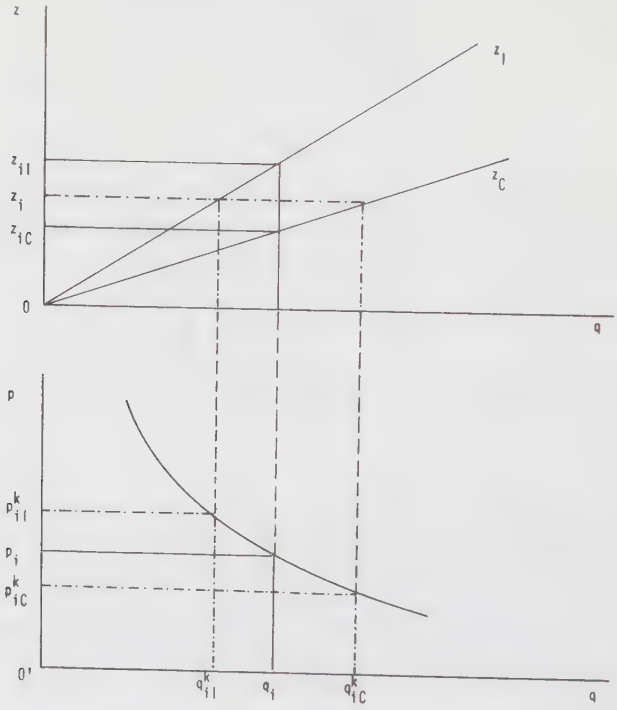


Die Zusammenhänge lassen sich noch von einer anderen Seite beleuchten. Beträgt z.B. die Preisrelation zwischen Investitions- und Konsumgütern $O'p'_i$, dann ergibt sich eine Faktorpreisrelation von $O'q'_i$, und die Inputrelationen sind Oz'_{iC} und Oz'_{iI}. Erhöht sich nun infolge einer Nachfrageverschiebung die Güterpreisrelation auf $O'p''_i$, dann steigt die Faktorpreisrelation, also das Verhältnis von Lohn zu Kapitalrente, sowie die Inputrelationen in beiden Sektoren ebenfalls auf $O'q''_i$ bzw. $O'z''_{iI}$ und $O'z''_{iC}$. Fällt die Güterpreisrelation mit einem der kritischen Werte zusammen, dann wird nur ein Gut produziert und die Inputrelation für dieses Gut ist mit der relativen Faktorausstattung identisch. Ist die Güterpreisrelation z.B. größer als $O'p^k_{iI}$ oder kleiner als $O'p^k_{iC}$, dann gelten die eindeutigen Beziehungen zwischen Güterpreis-, Faktorpreis- und Inputrelationen nicht mehr, denn die marginalen Bedingungen bei der Produktion sind dann nicht mehr erfüllt; die Grenzrate der Substitution zwischen den

Produktionsfaktoren stimmt nicht mehr mit der Faktorpreisrelation überein.

Analog läßt sich der Fall darstellen, wenn $a > b$ ist. Wie man sich anhand der mathematischen Ableitungen vergewissern kann, liegt diesmal die z_{iI}-Kurve oberhalb der z_{iC}-Kurve, und die q_i-p-Kurve weist eine negative Steigung auf. Man erhält folgende Darstellung.

Abb. 3.2



Es können hier genau dieselben Überlegungen angestellt werden wie im oben behandelten Fall. Im Gegensatz dazu fällt jetzt die Faktorpreisrelation, wenn die Güterpreisrelation steigt. Außerdem werden die Inputrelationen in beiden Sektoren kleiner.

Mit den obigen Diagrammen lassen sich auch die Wirkungen einer Änderung der relativen Faktorausstattung auf die kritischen Preisrelationen zeigen.

Steigt die relative Faktorausstattung, dann erhöhen sich zwar immer beide kritischen Faktorpreisrelationen, jedoch ist die Veränderung der kritischen Güterpreisrelationen von den Produktionselastizitäten abhängig; wenn $a < b$ ist, dann steigen sie ebenfalls, ist $a > b$, dann sinken sie. Aus den beiden Abbildungen ist auch leicht zu ersehen, daß die kritische Güterpreisrelation p^k_{iI} immer größer ist als p^k_{iC}, unabhängig von der Größe der Produktionselastizitäten.

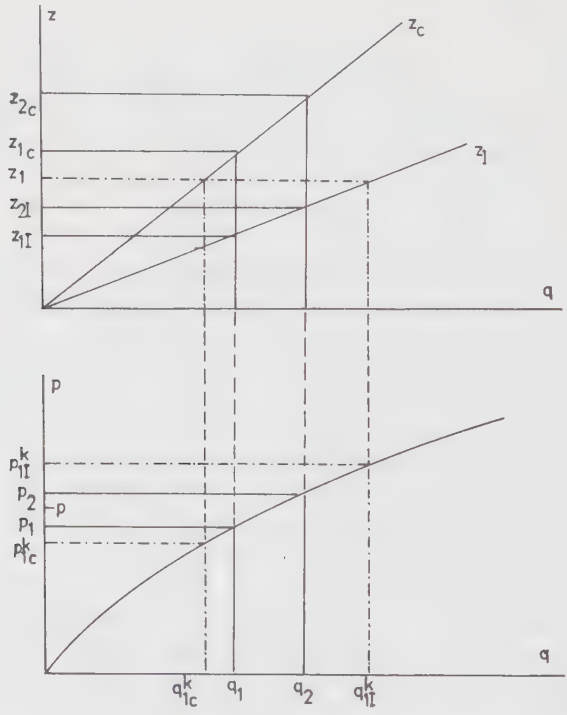
Wir können die bisherigen Ergebnisse zusammenfassen und gleichzeitig noch ergänzen. Die relative Faktorausstattung in jedem Land bestimmt den Bereich der relativen Güterpreise, in dem keine vollständige Spezialisierung eintritt, sondern beide Güter produziert werden. Dabei ergeben sich eindeutige Beziehungen zwischen der relativen Faktorausstattung eines Landes und den kritischen Güterpreisrelationen.

Die bisherige Argumentation beschränkt sich auf die Darstellung der Verhältnisse für jeweils ein Land. Bei internationalem Güteraustausch hängt die Art der Spezialisierung eines Landes nicht nur von den inländischen Bedingungen, sondern auch von denen im andern Land ab. Unter der Voraussetzung, daß vollkommene Konkurrenz auf dem Weltmarkt besteht und keine Handelshemmnisse vorhanden sind, bewirkt der internationale Handel, daß sich die Güterpreisrelationen der beiden Länder auf einem Niveau angleichen, das zwischen den Autarkiepreisrelationen beider Länder liegt. Die kritischen Preisrelationen in beiden Ländern zusammen mit den beiden Autarkiepreisrelationen lassen nun Schlüsse auf die Art der Spezialisierung nach Aufnahme des internationalen Handels zu[1]. Umfaßt der Bereich der kritischen Güterpreisrelationen eines Landes die Autarkiepreisrelation des andern Landes, dann produziert das erstere nach Aufnahme des Handels weiterhin beide Güter. Dieses Ergebnis ist deshalb einsichtig, weil die Güterpreisrelation dieses Landes ja innerhalb seiner eigenen kritischen Güterpreisrelationen, und außerdem die neue, für beide Länder gleiche Güterpreisrelation zwischen den Autarkiepreisrelationen beider Länder liegt. Daraus kann man nun ohne weiteres schließen, daß, sofern für beide Länder die obigen Bedingungen gegeben sind, beide Länder auch nach Aufnahme des internationalen Handels weiterhin beide Güter produzieren. Diese Ergebnisse setzen voraus, daß sich die Bereiche für die kritischen Güterpreisrelationen beider Länder überlappen. Wir wollen diese Zusammenhänge in folgendem Diagramm darstellen, bei dem wir wieder ein kombiniertes z-q- bzw. p-q-Koordinatensystem verwenden, in das die kritischen

1) Vergl.zum folgenden H.G.Johnson, International Trade and Economic Growth, a.a.O.,S.23-24; insbesondere auch P.K.Bardhan II,a.a.O.,S.39-40.

Güterpreisrelationen des Landes 1 bei gegebenem relativen Faktorbestand z_1 eingetragen sind. Außerdem enthält es die Autarkiepreisrelationen des Landes 1 und 2, p_1 und p_2. Durch den internationalen Handel ergibt sich ein Preis zwischen p_1 und p_2 bei p.

Abb. 3.3



Wenn also p_2 zwischen p^k_{1C} und p^k_{1I} liegt, ist Land 1 auch nach Aufnahme des internationalen Handels nicht vollständig spezialisiert. Für Land 1 sind weiterhin die zum Preis p_1 gehörenden Inputrelationen z_{1C} und z_{1I} eingezeichnet. Solange sich nun die relative Kapitalausstattung des Landes 2, z_2, zwischen z_{1C} und z_{1I} befindet, wird auch die Güterpreisrelation des Landes 2, p_2, durch die kritischen Güterpreisrelationen des Landes 1 umfaßt; das bedeutet, daß nach Aufnahme des internationalen Handels - sofern beide Länder vorher beide Güter hergestellt haben - keines der Länder sich vollständig auf ein Gut spezialisiert.

3333 Die Importe von Investitionsgütern

Wir haben bisher vor allem den dem neoklassischen Wachstumsmodell zugrunde liegenden Allokationsmechanismus untersucht. Nun sollen die Außenhandelsbeziehungen berücksichtigt werden. Da die Importe immer gleich den Exporten des eigenen Landes, aber auch denen des anderen Landes sind, genügt es, jeweils nur die Importfunktion für die Investitionsgüter zu untersuchen. Diese Importfunktion erhält man, indem man die Gleichungen (33.4) und (33.8) in die Gleichung (33.16) einsetzt

$$33.47 \qquad p\, A_{iI}^{b} K_{iI}^{1-b} + p\, X_{iI} = s_i (A_{iC}^{a} K_{iC}^{1-a} + p\, A_{iI}^{b} K_{iI}^{1-b}) \,.$$

Daraus ergibt sich durch Auflösung nach X_{iI} [1]

$$33.48 \qquad X_{iI} = \frac{s_i A_{iC}^{a} K_{iC}^{1-a}}{p} - (1-s_i) A_{iI}^{b} K_{iI}^{1-b} \,.$$

Die Investitionsgüterimporte sind also vom relativen Güterpreis, der Sparquote sowie der Produktion von Konsum- und Investitionsgütern abhängig. Die Importfunktion spielt in dem Modell eine zentrale Rolle, denn sie stellt die Verbindung zwischen Variablen und Daten beider Länder her. Aus diesem Grunde müssen ihre Eigenschaften im folgenden noch eingehender behandelt werden. Es soll deshalb die Abhängigkeit der Importe von den relativen Güterpreisen sowie den relativen Kapitalausstattungen untersucht werden.

3334 Importfunktion und Güterpreisrelationen

Wir wollen in diesem Abschnitt die Importe in Abhängigkeit von den Güterpreisrelationen betrachten. Die Gestalt der Importfunktion hängt entscheidend davon ab, ob sich das Land völlig auf Konsum- oder Investitionsgüter spezialisiert hat oder ob es beide Güter produziert. Die Art der Spezialisierung ist wiederum vom Preisverhältnis zwischen Konsum- und Investitionsgütern abhängig.

Nach Aufnahme des internationalen Handels können sich für ein Land folgende drei Möglichkeiten ergeben.

---

1) Wir sprechen im folgenden vereinfachend von einer Importfunktion. Sollte nämlich X_i negativ ist, werden die Investitionsgüter exportiert. M. Kemeniki und H.Uzawa, a.a.O., S. 18, sprechen von einer reziproken Nachfragefunktion.

- Das Land ist völlig auf Konsumgüter spezialisiert; dann wird

33.49 $A_{iI} = K_{iI} = 0 \; ; \; A_{iC} = A_i \; ; \; K_{iC} = K_i \; .$

Die Importfunktion erhält dann folgendes Aussehen

33.50 $X_i = \frac{s_i A_{iC}^{a} K_{iC}^{1-a}}{p}$ für $p \leq p_{iC}^{k} \; .$

Die völlige Spezialisierung auf Konsumgüter tritt ein, wenn der kritische Wert p_{iC}^{k} erreicht oder unterschritten wird.

- Erfolgt andererseits völlige Spezialisierung auf Investitionsgüter, dann ergibt sich für die Faktoreinsätze

33.51 $A_{iC} = K_{iC} = 0 \; ; \; A_{iI} = A_i \; ; \; K_{iI} = K_i$

und für die Importfunktion

33.52 $X_i = -(1-s_i)A_{iI}^{b} K_{iI}^{1-b}$ für $p \geq p_{iI}^{k}.$

In diesem Fall werden Investitionsgüter exportiert und Konsumgüter importiert.

- Werden jedoch weiterhin beide Güter hergestellt, dann verteilen sich die vorhandenen Produktionsfaktoren auf beide Sektoren

33.53 $A_{iC} + A_{iI} = A_i \; ; \; K_{iC} + K_{iI} = K_i \; .$

Die Importfunktion hat nun ihr ursprüngliches Aussehen

33.54 $X_i = \frac{s_i A_{iC}^{a} K_{iC}^{1-a}}{p} - (1-s_i)A_{iI}^{b} K_{iI}^{1-b}$ für $p_{iC}^{k} < p < p_{iI}^{k} \; .$

Wie man sieht, setzt sich die Importfunktion aus drei Abschnitten zusammen; dabei bestimmt der relative Güterpreis, der sich durch den internationalen Handel herausbildet, welcher Abschnitt relevant ist. Da p_{iI}^{k} immer größer ist als p_{iC}^{k}, kann man sagen, daß mit steigendem p zuerst Gleichung (33.50), dann Gleichung (33.54) und schließlich Gleichung (33.52) die Importe von Investitionsgütern bzw. Konsumgütern bestimmt.

Der Verlauf der Importfunktion wird noch deutlicher, wenn man die einzelnen Abschnitte nach dem Preis ableitet. Beginnen wir zunächst wieder mit den beiden Fällen völliger Spezialisierung. Aus Gleichung (33.50) erhält man

33.55 $$\frac{dX_i}{dp} = -\frac{s_i A_{iC}^{a} K_{iC}^{1-a}}{p^2} < 0 \qquad \text{für } p \leq p_{iC}^{k}$$

und aus Gleichung (33.52) folgt

33.56 $$\frac{dX_i}{dp} = 0 \qquad \text{für } p \geq p_{iI}^{k} .$$

Für die Gleichung (33.54) ergibt sich jedoch dadurch noch eine Schwierigkeit, als die in den einzelnen Verwendungen eingesetzten Produktionsfaktormengen selbst über die Faktorpreise von den Güterpreisen abhängen. Es müssen deshalb vorher noch einige Umformungen durchgeführt werden. Aus Gleichung (33.54) folgt

33.57 $$\frac{dX_i}{dp} = \frac{dX_i dq}{dq\, dp} .$$

Um die Veränderung der Importe als Folge einer Preisänderung bestimmen zu können, müssen die Vorzeichen beider Ableitungen auf der rechten Seite bestimmt werden. Aus Gleichung (33.54) erhält man durch Einsetzung von Gleichung (33.31)

33.58 $$X_i = \frac{s_i z_{iC}^{-a} K_{iC} (1-b) z_{iI}^{-b}}{(1-a) z_{iC}^{-a}} - (1-s_i) z_{iI}^{-b} K_{iI}$$

und nach einigen Umformungen

33.59 $$X_i = A_i z_{iI}^{-b} \left(\frac{1-b}{1-a} s_i \frac{K_{iC}}{A_{iC}} \frac{A_{iC}}{A_i} - (1-s_i) \frac{K_{iI}}{A_{iI}} \frac{A_{iI}}{A_i} \right) .$$

Die bei vollständiger Konkurrenz immer erfüllten Bedingungen $A_{iC} + A_{iI} = A_i$ und $K_{iC} + K_{iI} = K_i$ können in folgende Ausdrücke umgewandelt werden

33.60 $$\frac{A_{iC}}{A_i} + \frac{A_{iI}}{A_i} = 1$$

33.61 $$\frac{K_{iI}}{A_{iI}} \frac{A_{iI}}{A_i} + \frac{K_{iC}}{A_{iC}} \frac{A_{iC}}{A_i} = \frac{K_i}{A_i} .$$

Schließlich erhält man für die Anteile der Arbeit in den Konsum- und Investitionsgütersektoren

33.62 $$\frac{A_{iI}}{A_i} = \frac{z_{iC} - z_i}{z_{iC} - z_{iI}}$$

33.63 $$\frac{A_{iC}}{A_i} = \frac{z_i - z_{iI}}{z_{iC} - z_{iI}} \quad .$$

Mit diesen beiden Ausdrücken ergibt sich mit (33.59) die Importfunktion als Abhängige der Inputrelationen, der Faktorausstattung und der Sparquote, nämlich

33.64 $$X_i = A_i z_{iI}^{-b} \left[\frac{1-b}{1-a} s_i z_{iC} \frac{z_i - z_{iI}}{z_{iC} - z_{iI}} - (1-s_i) z_{iI} \frac{z_{iC} - z_i}{z_{iC} - z_{iI}} \right] \quad .$$

Setzt man die Gleichungen (33.21) und (33.22) ein, dann folgt nach einigen Umformungen

33.65 $$X_i = \frac{A_i \left(\frac{1-b}{b}\right)^{1-b}}{\frac{1-a}{a} - \frac{1-b}{b}} \left[q^{-b} \left(\frac{s_i b}{a} + 1 - s_i \right) z_i - q^{1-b} \frac{s_i (1-b) + (1-s_i)(1-a)}{a} \right] .$$

Man erhält nun, indem man diese Gleichung nach q differenziert, eine der gesuchten Ableitungen

33.66 $$\frac{dX_i}{dq} = \frac{A_i \left(\frac{1-b}{b}\right)^{1-b}}{\frac{1-a}{a} - \frac{1-b}{b}} \left[-bq^{-b-1} \left(\frac{s_i b}{a} + 1 - s_i \right) z_i - (1-b) q^{-b} \frac{s_i (1-b) + (1-s_i)(1-a)}{a} \right] .$$

Da die große Klammer immer negativ ist, hängt das Vorzeichen von dX_i/dq von dem Nenner des davor stehenden Bruches ab. Wenn $a > b$ ist, dann ist der Nenner negativ, und die Ableitung ist positiv; wenn andererseits $a < b$ ist, dann wird der Nenner positiv und der ganze Ausdruck negativ. Für $a = b$, d.h. für gleiche Produktionselastizitäten und deshalb gleiche Inputrelationen, ist dX_i/dq nicht definiert. Wir erhalten also

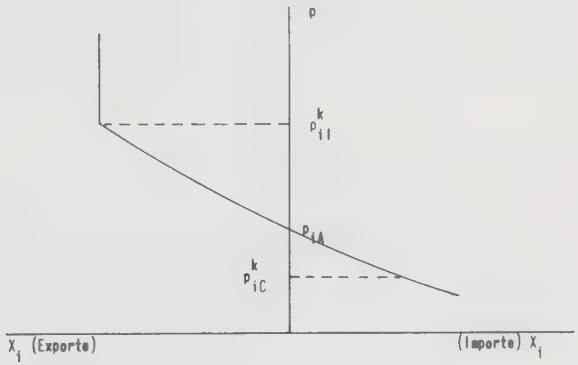
$$\frac{dX_i}{dq} \gtrless 0 \quad \text{je nachdem} \quad a \gtrless b \ .$$

Da die Abhängigkeit des Vorzeichens von dp/dq_i von den Produktionselastizitäten bereits oben anhand der Gleichung (33.34) abgeleitet wurde, kann jetzt unmittelbar das Vorzeichen von dX_i/dp ermittelt werden; dazu stellen wir die Ergebnisse in folgender Tabelle zusammen

Ableitungen	$a < b$	$a = b$	$a > b$
dX_i/dq	< 0	-	> 0
dp/dq_i	> 0	0	< 0
dX_i/dp	< 0	-	< 0

Zusammenfassend läßt sich über den Verlauf der Importfunktion sagen, daß eine Veränderung des relativen Güterpreises zu einer entgegengesetzten Änderung der Importe von Investitionsgütern führt, wenn das Land vollständig auf Konsumgüter spezialisiert ist; werden beide Güter produziert, dann ergibt sich eine gegenläufige Veränderung der Investitionsgüterimporte oder eine gleichläufige Variation der Investitionsgüterexporte; ist das Land vollständig auf Investitionsgüter spezialisiert, dann verändern sich die Investitionsgüterexporte nicht. Der Verlauf dieser Funktion läßt sich mit folgender Abbildung verdeutlichen.

Abb. 3.4



Die Abbildung 3.4 zeigt, daß bei niedriger Güterpreisrelation, d.h. wenn der Investitionsgüterpreis im Verhältnis zum Konsumgüterpreis niedrig ist, die Investitionsgüterimporte groß sind, und daß sie mit steigender Preisrelation abnehmen. Verfolgen wir den Verlauf der Importkurve bei steigender Preisrelation, dann wird bei p^k_{iC} die völlige Spezialisierung auf Konsumgüter aufgegeben, und es werden beide Güter hergestellt. Bei p_{iA} hört der Import von Investitionsgütern auf; in diesem Punkt tritt Autarkie ein. Nimmt die Preisrelation weiter zu, dann exportiert das Land Investitionsgüter bis bei p^k_{iI} die völlige Spezialisierung auf Investitionsgüter eintritt; dabei erreicht der Investitionsgüterexport ein Maximum. Der Grund dafür, daß der Export von Investitionsgütern bei gegebener Faktorausstattung und sich ändernden Preisen ein Maximum erreicht, liegt darin, daß durch die Sparquote die Verteilung des Volkseinkommens auf Konsum und Investitionen fixiert wird. Werden also nur Investitionsgüter hergestellt, dann wird, da die Exporte gleich den Importen sind und deshalb das Volkseinkommen mit der mit dem Weltmarktpreis bewerteten Investitionsgüterpro-

duktion identisch ist, ein konstanter Betrag an Investitionsgütern exportiert. Oder mit anderen Worten: bei gegebenen Weltmarktpreisen ist das Volkseinkommen, das mit der bewerteten Investitionsgüterproduktion identisch ist, bestimmt. Ein Teil davon wird konsumiert, der nicht von den relativen Güterpreisen, sondern von der konstanten Konsumquote abhängig ist. Ist das Land völlig auf Investitionsgüter spezialisiert, dann müssen die nachgefragten Konsumgüter importiert werden. Diese Importe sind mit den Exporten wertgleich. Steigt nun die Preisrelation, dann steigt das nominelle Volkseinkommen und deshalb auch die Importe und Exporte. Da sowohl die Exporte als auch die Investitionsgüterproduktion mit derselben Preisrelation multipliziert werden und die Investitionsgüterproduktion bereits ihr Maximum erreicht hat, steigen die mengenmäßigen Exporte nicht mehr.

3335 Der Gleichgewichtspreis auf dem Weltmarkt

Durch die Annahme vollständiger Konkurrenz auf den Gütermärkten in beiden Ländern gleichen sich die relativen Güterpreise auf einem Niveau an, das zwischen den Autarkiepreisrelationen der beiden Länder liegt. Dies setzt allerdings voraus, daß es weder natürliche noch künstliche Hindernisse gibt, so daß sich die vollständige Konkurrenz auch zwischen den Ländern voll auswirken kann. In dem von uns betrachteten Modell ergibt sich die Weltmarktpreisrelation aus den Importfunktionen der beiden Länder. Da die Exporte des einen Landes gleich den Importen des anderen Landes sind, gilt für die Investitionsgüterimporte bzw. -exporte der beiden Länder die Beziehung $X_1 + X_2 = 0$. Unterstellt man beispielsweise, daß im Gleichgewicht in beiden Ländern beide Güter produziert werden, dann erhält man aus den Gleichungen (33.65) und (33.32) für den Weltmarktpreis eine Beziehung, die lediglich von den exogen gegebenen Faktorbeständen und Parametern beider Länder abhängt[1]. Wir wollen jedoch die Ableitung der Weltmarktpreise nicht weiter verfolgen; stattdessen sollen sie graphisch[2] ermittelt werden.

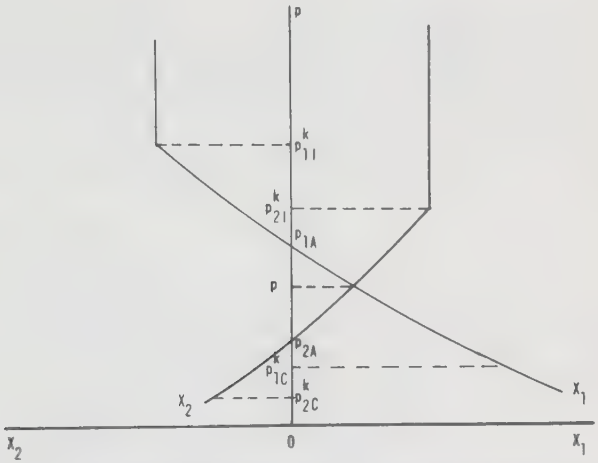
---

1) Neben der trivialen Lösung $p'=0$ ergibt sich $p''= B^{b-a} \frac{(K_1-K_2)^{b-a}}{(A_1-A_2)^{b-a}}$, wobei B eine Konstante ist, die aus den Sparquoten und den Produktionselastizitäten besteht. Die Interpretation bereitet deshalb Schwierigkeiten, da die Gleichungen (33.65), die der Ableitung zugrunde liegen, zwar die Beziehungen zwischen den Variablen angeben, jedoch keine eigentlichen Lösungsgleichungen sind. Um solche zu erhalten, müßten in die Produktionsfunktionen Niveaukonstante eingeführt werden.

2) Vergl. dazu H.Oniki und H.Uzawa, a.a.O., S. 27 ff.

Die Importfunktionen der beiden Länder werden in ein p-X-Koordinatensystem eingezeichnet, wobei X_2 um 180^o um die p-Achse gedreht ist (vergl. Abb. 3.5). Der Schnittpunkt der beiden Importfunktionen ergibt den Weltmarktpreis p bei gegebenen Faktorausstattungen. Der Weltmarktpreis liegt

Abb. 3.5



zwischen den Autarkiepreisen der beiden Länder. Da er außerdem zwischen den kritischen Güterpreisen beider Länder liegt, ist keines der zwei Länder vollständig spezialisiert. Land 1 importiert Investitionsgüter und exportiert Konsumgüter; bei Land 2 ist die Situation gerade umgekehrt.

3336 Wirkungen von Änderungen der Faktorproportionen auf die Importfunktion und die kritischen Güterpreisrelationen

Es soll nun untersucht werden, welche Wirkungen eine Änderung der Faktorproportion des Landes 1 auf die Importfunktion dieses Landes hat,und daran anschließend, wie eine Änderung der Faktorproportion des Landes 2 auf die Importe des Landes 1 wirkt. Wir haben in Abschnitt 3332 die Abhängigkeit der kritischen Güterpreisrelationen für den Eintritt der vollständigen Spezialisierung von den Faktorproportionen dargestellt. Für die kritischen Güterpreisrelationen in Abhängigkeit von den Faktorproportionen ergaben sich die Relationen (33.45) und (33.46). In Abschnitt 3334 wurden

die Zusammenhänge zwischen Importen von Investitionsgütern und Güterpreisrelationen, insbesondere auch zwischen der Art der Spezialisierung und den kritischen Güterpreisrelationen analysiert. Aus den Überlegungen beider Abschnitte können nun die Beziehungen zwischen Importen bzw. der Art der Spezialisierung und den Faktorproportionen abgeleitet werden.

Bei der Importfunktion, die aus drei Abschnitten zusammengesetzt ist, sind jetzt die beiden Punkte relevant, bei denen vollständige Spezialisierung auf ein Gut eintritt. Die Inputmengen sind dann mit den in dem Land vorhandenen Faktorbeständen identisch und man erhält aus (33.50) und (33.52)

$$33.67 \qquad X_i = \frac{s_i K_i}{p} z_i^{-a} \qquad \text{für} \quad p = p_{iC}^k$$

$$33.68 \qquad X_i = -(1-s_i)K_i z_i^{-b} \qquad \text{für} \quad p = p_{iI}^k \; .$$

Die Gleichungen (33.45), (33.46), (33.67) und (33.68) bilden die Grundlage für die folgende Analyse; dabei werden wir uns auf den Fall beschränken, bei dem $a < b$ bzw. $z_{iC} > z_{iI}$ ist, bei dem also die Konsumgüter kapitalintensiver sind als die Investitionsgüter.

Aus den Gleichungen (33.45) und (33.46) erhalten wir für eine Veränderung der relativen Faktorausstattung eines Landes

$$33.69 \qquad \frac{dp_{iC}^k}{dz_i} = \frac{1-a}{1-b}\left(\frac{1-a}{a}\right)^{-a}\left(\frac{1-b}{b}\right)^{b}\left(\frac{a}{1-a}\right)^{b-a}(b-a)z_i^{b-a-1} > 0$$

$$33.70 \qquad \frac{dp_{iI}^k}{dz_i} = \frac{1-a}{1-b}\left(\frac{1-a}{a}\right)^{-a}\left(\frac{1-b}{b}\right)^{b}\left(\frac{b}{1-b}\right)^{b-a}(b-a)z_i^{b-a-1} > 0 \; .$$

Die Zunahme der kritischen Güterpreisrelationen für die vollständige Spezialisierung auf Konsum- und Investitionsgüter bei einer Erhöhung der relativen Kapitalausstattung unterscheidet sich nur durch die Faktoren $\left(\frac{b}{1-b}\right)^{b-a}$ und $\left(\frac{a}{1-a}\right)^{b-a}$. Wenn $a < b$ ist, ergibt sich aus (33.69) und (33.70)

$$\frac{dp_{iI}^k}{dp_{iC}^k} = \frac{\left(\frac{b}{1-b}\right)^{b-a}}{\left(\frac{a}{1-a}\right)^{b-a}} > 1 \; .$$

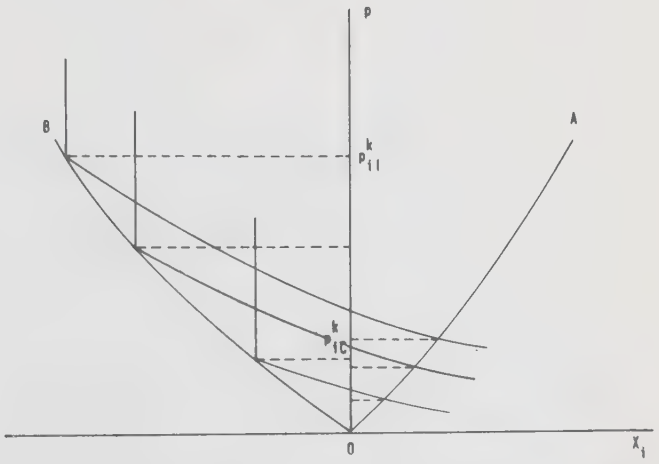
Die Verschiebung der kritischen Investitionsgüterpreisrelation auf Grund einer Veränderung der relativen Faktorausstattung ist größer als die der kritischen Konsumgüterpreisrelation. Der Abstand zwischen den kritischen Preisrelationen nimmt also mit steigender relativer Kapitalausstattung zu.

Wie verhalten sich nun die Importe von Investitionsgütern, die zu den kritischen Güterpreisrelationen gehören? Mit p_{iC}^{k} folgt aus (33.67) unter Beachtung von (33.45)

$$33.71 \qquad X_i = \frac{s_i}{\frac{1-a}{1-b}\left(\frac{1-a}{a}\right)^{-a}\left(\frac{1-b}{b}\right)^{b}\left(\frac{a}{1-a}\right)^{b-a}} z_i^{-b} K_i \quad .$$

Wenn z_i steigt, weil der Kapitalstock im Vergleich zur Arbeit überproportional zunimmt, dann erhöhen sich mit der kritischen Preisrelation für die völlige Spezialisierung auf Konsumgüter auch die entsprechenden Importe. Zeichnet man die kritischen Güterpreisrelationen und die dazugehörigen Importe in ein p-X-Koordinatensystem ein, dann erhält man eine Kurve, die nach rechts oben verläuft (OA in Abb. 3.6). Für $p = p_{iI}^{k}$ folgt

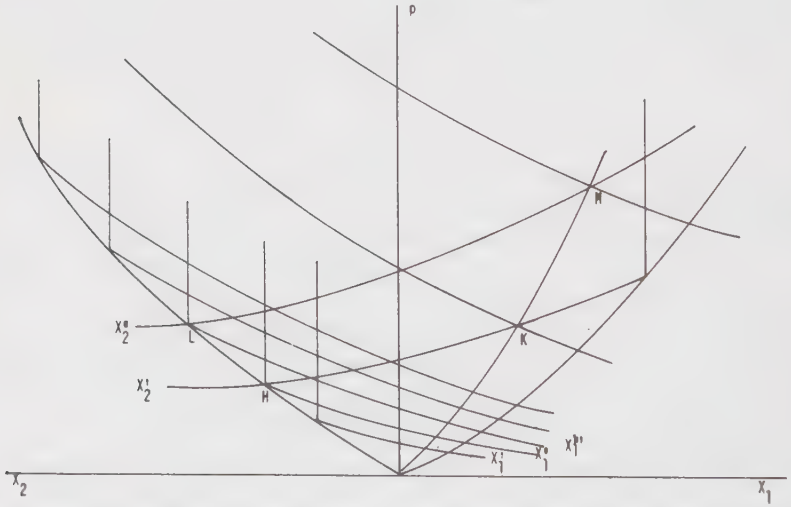
Abb. 3.6



aus Gleichung (33.68), daß mit steigendem z_i die "Importe" abnehmen. Berücksichtigt man, daß dabei die kritische Güterpreisrelation steigt, dann verläuft die Kurve der kritischen Güterpreisrelationen für die völlige Spezialisierung auf Investitionsgüter und die dazugehörigen "Importe" nach links oben (OB in Abb. 3.6). Mit steigender relativer Kapitalausstattung verschiebt sich die Importfunktion nach oben, dabei wird der Unterschied zwischen der kritischen Konsum- und Investitionsgüterpreisrelation größer und das dazwischenliegende Teilstück der Importfunktion immer steiler.

Um nun die Art der Spezialisierung in einem Land nicht nur in Abhängigkeit von der eigenen relativen Kapitalausstattung, sondern auch von der des anderen Landes bestimmen zu können, zeichnen wir Importfunktionen für Land 2 mit verschiedenen relativen Kapitalausstattungen in Abbildung 3.6 ein, man erhält Abbildung 3.7. Die Importfunktionen des Landes 2 ergeben ebenfalls wieder zwei Kurven mit den kritischen Güterpreisrelationen und den dazugehörigen Importen. Aus dieser Abbildung 3.7 lassen sich nun

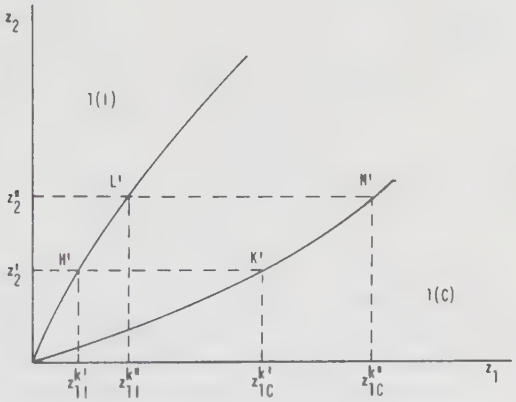
Abb. 3.7



diejenigen Kurven ermitteln, bei denen - in Abhängigkeit von den relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern - vollständige Spezialisierung auf Investitionsgüter bzw. Konsumgüter eintritt. Wir übertragen nun diejenigen Punkte in ein z_1-z_2-Koordinatensystem (Abb. 3.8), bei denen vollständige Spezialisierung auf eines der hergestellten Güter eintritt; diese sind durch die Schnittpunkte zwischen der Importfunktion X_2' sowie den p-X-Kurven für das Land 1 gegeben, also durch H und K. Ist die relative Kapitalausstattung z_1 des Landes 1 kleiner als diejenige bei H, z.B. bei X_1', dann ist Land 1 völlig auf Investitionsgüter spezialisiert, ist sie grösser, wie z.B. bei X_1''', dann stellt das Land beide Güter her. Analog ergibt sich für den Punkt K, daß für größeres z_1 Land 1 völlig auf Konsumgüter spezialisiert ist. Man erhält also für gegebenes z_2' die zwei Punkte H' und K' im z_1-z_2-Koordinatensystem. Links von H' ist Land 1 völlig auf Investitionsgüter - 1(I) -, rechts von K' völlig auf Konsumgüter - 1(C) -

spezialisiert, und zwischen H' und K' gibt es einen Bereich, der gleich noch näher bestimmt wird, in dem beide Güter hergestellt werden - l(C,I) -, der aber nicht mit der durch H' und K' gegebenen Abgrenzung zusammenfällt.

Abb. 3.8



Eine größere relative Kapitalausstattung des Landes 2 führt zu einer Verschiebung der Importfunktion dieses Landes nach oben; man erhält beispielsweise X_2''. In Land 1 tritt nun völlig Spezialisierung auf ein Gut zu veränderten relativen Kapitalausstattungen ein. Beim Investitionsgut erfolgt sie bei L, d.h. im Vergleich zur vorhergehenden Situation bei einer höheren relativen Kapitalausstattung des Landes 1. Beim Konsumgut beginnt sie bei M, d.h. ebenfalls bei einer erhöhten relativen Kapitalausstattung des Landes 1. Überträgt man diese Punkte in Abbbildung 3.8, dann ergibt sich L' und M'. Wenn also die relative Kapitalausstattung des Landes 2 steigt, dann nehmen die kritischen relativen Kapitalausstattungen des Landes 1 zu.

Die obige Abbildung 3.8 stellt die beiden Möglichkeiten vollständiger Spezialisierung des Landes 1 in Abhängigkeit von den relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern dar. Für das Land 2 erhält man analoge Ergebnisse, mit dem Unterschied jedoch, daß die Bereiche, in denen Land 2 vollständig spezialisiert ist, in dem z_1-z_2-Koordinatensystem vertauscht sind. Allerdings decken sich die Bereiche, in denen z.B. Land 1 auf Konsumgüter und Land 2 auf Investitionsgüter vollständig spezialisiert ist, nicht, da die vollständige Spezialisierung auf jeweils ein Gut nicht in

beiden Ländern mit denselben relativen Kapitalausstattungen erfolgt. Die Ursache dafür ist in den Unterschieden der Faktorintensitäten bei den beiden Gütern und den Nachfragebedingungen zu suchen.

Außer den Bereichen, in denen jeweils ein Land vollständig auf Konsum- oder Investitionsgüter spezialisiert ist, lassen sich unter Verwendung der Überlegungen in Abschnitt 3332[1] noch die Bereiche abgrenzen, in denen ein Land beide Güter produziert. Die relative Kapitalausstattung eines Landes bestimmt über den relativen Güterpreis bei Autarkie die kritischen relativen Kapitalausstattungen dieses Landes. Sofern die relative Kapitalausstattung des anderen Landes in diesem Bereich liegt, ist es unvollständig spezialisiert[2]. Von Interesse ist nun ferner, wie sich die kritischen relativen Kapitalausstattungen eines Landes verändern, wenn seine relative Kapitalausstattung variiert wird. Da die Autarkiegüterpreisrelation des Landes 1 die kritischen relativen Kapitalausstattungen des Landes 1 festlegt, müssen die Bestimmungsgründe der Autarkiegüterpreisrelation des Landes 1 herangezogen werden. Bei gegebenen Produktions- und Nachfragebedingungen wird diese Preisrelation durch die relative Kapitalausstattung determiniert. Dabei bewirkt eine Erhöhung von z_1 eine Zunahme von p_1 und w_1, d.h. der Autarkiegüterpreisrelation und des dazugehörenden Faktorpreisverhältnisses und umgekehrt[3]. Steigt also die relative Kapitalausstattung des Landes 1, dann erhöht sich auch seine Autarkiegüterpreisrelation und folglich die kritischen relativen Kapitalausstattungen dieses Landes. Die kritischen relativen Kapitalausstattungen des Landes 2 erhöhen sich analog bei einer Zunahme seiner relativen Kapitalausstattung. Das bedeutet, daß die Bereiche, innerhalb derer das andere Land unvollständig spezialisiert ist, ebenfalls nach oben verschoben werden. Wir erhalten also folgende graphische Darstellung dieser Zusammenhänge (Abb. 3.9a und Abb. 3.9b).

Die Bereiche, in denen jeweils ein Land unvollständig spezialisiert ist, decken sich nicht. Während z.B. ein Land beide Güter produziert, ist das andere vollständig auf Konsum- oder Investitionsgüter spezialisiert. Welche der beiden dargestellten Möglichkeiten im konkreten Fall relevant ist, hängt, wenn die Produktionsfunktionen in beiden Ländern identisch sind, von den Nachfragebedingungen ab.

---

1) Vergl. S.94, insbesondere S.99 ff.
2) Vergl. S. 100.
3) Vergl. P.K.Bardhan II, a.a.O.,S.40; zu einem formalen Beweis verweist Bardhan auf E.M.Drandakis, a.a.O., S. 220-222.

Abb. 3.9a

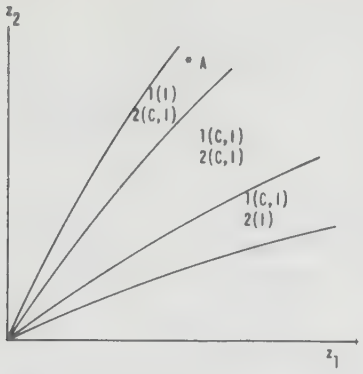
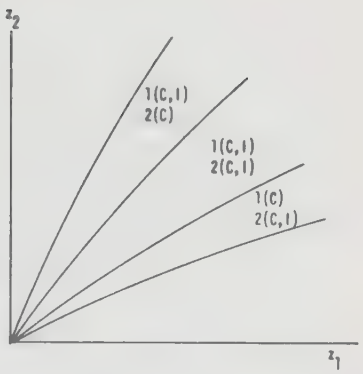


Abb. 3.9b



Nun sind diese Bedingungen für die unvollständige Spezialisierung eines Landes zwar hinreichend, jedoch nicht notwendig[1], so daß auch außerhalb der abgegrenzten Bereiche ein Land beide Güter produzieren kann. Abgesehen davon läßt sich weiter folgern, daß in Abbildung 3.9a zuerst die vollständige Spezialisierung auf Investitionsgüter und in Abbildung 3.9b zunächst vollständige Spezialisierung auf Konsumgüter eintritt. Die Ursache dafür liegt darin, daß z.B. im ersten Fall bei A Land 2 beide Güter produziert und somit nur für Land 1 die Möglichkeit besteht, sich vollständig, und zwar in diesem Bereich auf Investitionsgüter, zu spezialisieren.

Sieht man von den Abgrenzungsschwierigkeiten ab, dann erhält man bei gegebenen Nachfragebedingungen folgende Arten der Spezialisierung in Abhängigkeit von den relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder (Abb. 3.10a und 3.10b)[2].

Der Einfluß der Nachfragebedingungen auf die Art der Spezialisierung läßt sich mit Hilfe der Abbildungen 3.3 und 3.11 zeigen. Die Abbildung 3.3

---

1) P.K.Bardhan II, a.a.O., S. 40.
2) Die abgegrenzten Bereiche in den Abbildungen 3.9a und b sowie 3.10a und b sind nicht identisch, da die Abgrenzungslinien bei ersteren nur auf Grund hinreichender Bedingungen abgeleitet wurden. In den Abbildungen 3.10a und b wurde dagegen unterstellt, daß die vollständigen Bedingungen für die Abgrenzung bekannt sind.

Abb. 3.10a

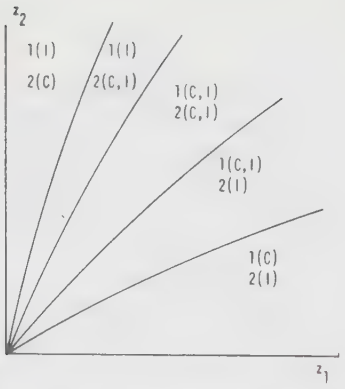
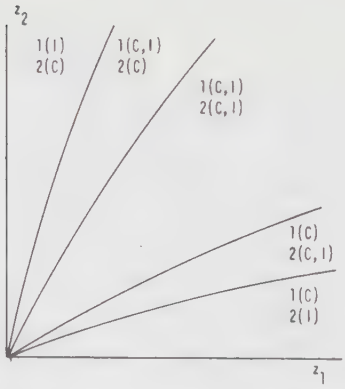
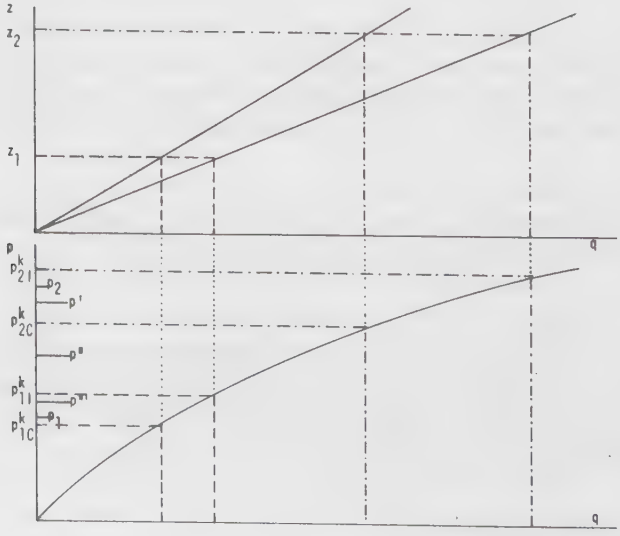


Abb. 3.10b



zeigt eine Situation, in der sich nach Aufnahme des internationalen Handels keines der beiden Länder vollständig spezialisiert hat. Bei Konstanz der relativen Kapitalausstattung des Landes 1 wird nun diejenige des Landes 2 erhöht. In dem z_1-z_2-Koordinatensystem bedeutet dies, daß der betrachtete Punkt, der das Verhältnis zwischen den relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder angibt, nach oben verschoben wird. Um die Art der Spezialisierung in dieser Situation zeigen zu können, sind in Abbildung 3.11 neben den relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder

Abb. 3.11



z_1 und z_2 die dazugehörigen kritischen Güterpreisrelationen p^k_{iC} und p^k_{iI} eingezeichnet. Die Art der Spezialisierung der beiden Länder ist nun davon abhängig, wo sich der internationale Gleichgewichtspreis einstellt. Bei p' spezialisiert sich Land 1 auf Investitionsgüter, während Land 2 noch beide Güter produziert; bei p" spezialisiert sich Land 1 vollständig Investitionsgüter und Land 2 auf Konsumgüter, während bei p"' Land 1 beide Güter und Land 2 nur Konsumgüter produziert. Mit denselben relativen Kapitalausstattungen sind also je nach den Nachfragebedingungen verschiedene Arten der Spezialisierung möglich. Da jedoch im folgenden die Nachfragebedingungen als konstant angenommen werden, brauchen diese Überlegungen nicht weiter verfolgt zu werden.

Die fünf Bereiche der Art der Spezialisierung in Abhängigkeit von den relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder sind für die folgende Stabilitätsanalyse von entscheidender Bedeutung. Verändern sich im Wachstum die relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder, so ist ihren jeweiligen Werten eindeutig die Art der Spezialisierung zugeordnet.

3337 Relative Kapitalausstattung und Weltmarktpreis

Als letztes Problem des statischen Teilgleichgewichts soll der Einfluß einer Änderung der relativen Kapitalausstattung in einem der beiden Länder auf den Weltmarktpreis untersucht werden. Dieser Zusammenhang ist deshalb von Bedeutung, weil eine Änderung der relativen Kapitalausstattung eines Landes die Knappheitsverhältnisse und damit die Preise der Produktionsfaktoren beeinflußt und je nach der Art der Spezialisierung über veränderte Inputrelationen zu einer Veränderung der Güterpreise führt.

Die Importe des einen Landes sind in einem Zwei-Länder-Modell immer gleich den Exporten des anderen Landes; es gilt deshalb für die Investitionsgüter

33.72 $\quad X_1 + X_2 = 0 \ .$

Da die Importe von den relativen Güterpreisen und der relativen Kapitalausstattung des Landes abhängen[1], erhält man aus Gleichung (33.72)

33.73 $\quad X_1(z_1,\ p(z_1,z_2)) + X_2(z_2, p(z_1,z_2)) = 0$

---

1) Vergl. P.K.Bardhan I, a.a.O.,S.460; H.Oniki und H.Uzawa,a.a.O.,S.31ff.

Durch Differenzieren nach z_1 folgt

33.74 $$\frac{\partial X_1}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial z_1} + \frac{\partial X_1}{\partial z_1} + \frac{\partial X_2}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial z_1} = 0$$

und nach einigen Umformungen

33.75 $$\frac{\partial p}{\partial z_1} = - \frac{\frac{\partial X_1}{\partial z_1}}{\frac{\partial X_1}{\partial p} + \frac{\partial X_2}{\partial p}} \quad .$$

Analog ergibt sich

33.76 $$\frac{\partial p}{\partial z_2} = - \frac{\frac{\partial X_2}{\partial z_2}}{\frac{\partial X_1}{\partial p} + \frac{\partial X_2}{\partial p}} \quad .$$

Wir haben oben[1] bereits abgeleitet, daß $dX_i/dp \leq 0$ ist. Die Nenner in den Gleichungen (33.75) und (33.76) sind deshalb negativ. Der Fall, daß beide Länder nur Investitionsgüter herstellen, und dX_i/dp in beiden Ländern null wird, ist durch die Annahme positiver Konsumquoten ausgeschlossen. Andererseits wurde oben[2] gezeigt, daß $\partial X_i/\partial z_i$ je nach der Art der Spezialisierung positiv oder negativ ist, und zwar

i(C,I)	$\frac{\partial X_i}{\partial z_i}$	> 0
i(C)	$\frac{\partial X_i}{\partial z_i}$	> 0
i(I)	$\frac{\partial X_i}{\partial z_i}$	< 0 .

Nun lassen sich leicht die Vorzeichen von (33.75) und (33.76) in Abhängigkeit von der Art der Spezialisierung bestimmen. Man erhält

33.77	i(C,I)	$\frac{\partial p}{\partial z_i}$	> 0
33.78	i(C)	$\frac{\partial p}{\partial z_i}$	> 0
33.79	i(I)	$\frac{\partial p}{\partial z_i}$	< 0 .

---

1) Vergl. dazu S. 102 ff.
2) Vergl. S.107 ff., und außerdem die Gleichungen (33.50),(33.52),(33.54).

Werden also beispielsweise in beiden Ländern beide Güter produziert, dann steigt die Weltmarktpreisrelation p, wenn die relative Kapitalausstattung in einem der Länder erhöht wird. Ist dagegen ein Land auf Investitionsgüter spezialisiert, dann sinkt die Weltmarktpreisrelation, wenn seine relative Kapitalausstattung zunimmt.

3338 Exkurs: Faktorproportionen, Heckscher-Ohlin-Theorie und Faktorpreisausgleich

Die bisherige Analyse des statischen Teilmodells erlaubt, einige dogmengeschichtliche Verbindungslinien zur Außenhandelstheorie zu ziehen. Heckscher[1] und daran anschließend Ohlin[2] sahen als eine entscheidende Ursache für die Richtung des internationalen Handels die Ausstattung der Länder mit Produktionsfaktoren an, die die Faktorpreise und damit die komparativen Kosten der Länder bestimmen. In der späteren Diskussion, die sich insbesondere im Anschluß an die Aufsätze von Samuelson[3] entwickelte, wurde dieser Ansatz eingehend analysiert; vor allem wurde die Bedeutung der Nachfragebedingungen berücksichtigt. Die Voraussetzungen, die Samuelson in seinem zweiten Aufsatz über den Faktorpreisausgleich eingeführt hat, wurden seither regelmäßig bei der formalen Analyse des Heckscher-Ohlin-Modells gemacht; es sind dies: identische, linear-homogene Produktionsfunktionen, homogene Produktionsfaktoren in beiden Ländern, abnehmende Grenzerträge, bestimmte Annahmen über die Faktorintensität bei der Produktion der Güter (Inputrelationen), vollständige Konkurrenz auf den Güter- und Faktormärkten, keine künstlichen und natürlichen Handelshemmnisse, gegebene Faktorbestände. Unter diesen Voraussetzungen werden in zwei Landern mittels zwei Produktionsfaktoren zwei Güter produziert.

Die Voraussetzungen des Heckscher-Ohlin-Modells sind also mit den Annahmen des statischen Teilmodells weitgehend identisch. Dies gilt insbesondere bei den Hypothesen für die Produktionsbedingungen und die Faktorausstattungen; dagegen ist die Nachfragefunktion in dem statischen Teil-

---

1) E.F.Heckscher, The Effects of Foreign Trade and the Distribution of Income, in: Readings in the Theory of International Trade (Ed.by H.S. Ellis und L.A.Metzler), Philadelphia, Toronto 1949;
2) B.Ohlin, Interregional and International Trade, Cambridge, Mass. 1933.
3) P.A.Samuelson, International Trade and the Equalisation of Factor Prices, in: Economic Journal, Vol.LVIII, 1948, S.162-184; P.A.Samuelson, International Factor-Price Equalisation Once Again, in: Economic Journal, Vol.LIX, 1949, S.181-197.

modell insofern außerordentlich rudimentär, als immer ein konstanter Teil des Volkseinkommens gespart bzw. verbraucht wird, ohne Rücksicht auf die Güterpreise. Eine hohe Konsumquote zeigt eine Präferenz für den Konsum und umgekehrt.

Das statische Teilmodell funktioniert deshalb im Prinzip genau wie ein Heckscher-Ohlin-Modell. Bei identischen Nachfragebedingungen (Sparquoten) bestimmen unter den obigen Voraussetzungen allein die relativen Faktorausstattungen der Länder die Art der Spezialisierung; dabei wird dasjenige Gut exportiert, das den relativ reichlich vorhandenen Produktionsfaktor intensiv verwendet. Ob sich vollständige oder teilweise Spezialisierung ergibt, hängt von den jeweiligen Faktorausstattungen und den Unterschieden in der Faktorintensität der beiden Produktionsfunktionen ab. Unterschiedliche Nachfragebedingungen (Sparquoten) modifizieren dieses Ergebnis. Wenn in einem Land eine ausgesprochene Präferenz für dasjenige Gut besteht, das den reichlich vorhandenen Produktionsfaktor intensiv verwendet, dann kann das Land unter Umständen das Gut exportieren, bei dem der knappe Produktionsfaktor - gemessen in relativer Faktorausstattung - intensiv eingesetzt wird. Besteht eine Präferenz für das Gut, das den knappen Produktionsfaktor intensiv benötigt, dann wird das Gut exportiert, das den reichlich vorhandenen Faktor intensiv verwendet.

Eine ausgedehnte Diskussion im Rahmen des Heckscher-Ohlin-Modells fand über die Frage statt, welche Auswirkungen der internationale Handel auf die Preise der Produktionsfaktoren in den am Handel beteiligten Ländern hat. Das Ergebnis, das Theorem vom Ausgleich der Faktorpreise, besagt, daß durch den internationalen Handel ein vollständiger Ausgleich der Faktorpreise erfolgt[1].

Eine wesentliche Voraussetzung für das Zustandekommen des Faktorpreisausgleichs ist, daß im Gleichgewicht in beiden Ländern beide Güter produziert werden. In unserem statischen Teilmodell läßt sich nun leicht zeigen, daß ein Ausgleich der relativen Faktorpreise eintritt. Die Gleichung (33.32) zeigt einen eindeutigen Zusammenhang zwischen Güter- und Faktorpreisrelationen. Wenn nun durch den internationalen Handel die Güterpreisrelationen der beiden Länder ausgeglichen werden, dann müssen auch die Faktorpreisrelationen ausgeglichen sein[2].

---

1) Zu einem Beweis des Theorems vergl. K.Rose,Theorie der Außenwirtschaft, a.a.O., S. 214 ff.; Literaturangaben S. 297 ff.
2) Es läßt sich natürlich ohne weiteres zeigen, daß sich auch die absoluten Preise ausgleichen.

Das statische Teilmodell zeigt also in seiner Struktur und in seinen Ergebnissen eine weitgehende Übereinstimmung mit dem Heckscher-Ohlin-Modell. Es durchbricht aber die Heckscher-Ohlin-Tradition, weil es explizit den internationalen Handel mit Investitionsgütern analysiert[1]. In den traditionellen Modellen wird regelmäßig ein gegebener Kapitalstock unterstellt, der - neben anderen Produktionsfaktoren - für die Produktion von Konsumgütern verwendet wird, die dann international ausgetauscht werden. Sobald der Austausch von Investitionsgütern in die Betrachtungen einbezogen wird, selbst wenn man die Immobilität der in den einzelnen Ländern vorhandenen Produktionsfaktoren beibehält, ist die Annahme von gegebenen Faktorbeständen nicht mehr haltbar.

Außer den engen Beziehungen zum Heckscher-Ohlin-Modell läßt sich auch eine weitgehende Übereinstimmung mit den in Abschnitt 331 erwähnten Ergebnissen der komparativ-statischen Theorie nachweisen. Oben[2] wurde abgeleitet, daß eine Erhöhung der relativen Kapitalausstattung eines Landes zu einer Zunahme des relativen Güterpreises führt, wenn das Land entweder Konsumgüter oder aber beide Güter produziert, und zu einer Abnahme des relativen Güterpreises, wenn sich das Land vollständig auf Investitionsgüter spezialisiert hat. Wenn ein Land nur Konsumgüter herstellt, dann werden die Investitionsgüter importiert. Wird nun die relative Kapitalausstattung dieses Landes erhöht, dann werden die Investitionsgüter, die importiert werden, im Vergleich zu den Konsumgütern, die exportiert werden, teurer; das bedeutet, daß sich die terms of trade verschlechtern. Werden beide Güter produziert, dann sind zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem welches Gut exportiert bzw. importiert wird. Beim Import des kapitalintensiven Konsumgutes verbessern sich die terms of trade, da der relative Güterpreis zunimmt, wenn die relative Kapitalausstattung steigt. Beim Export des Konsumgutes verschlechtern sie sich. Wird bei vollständiger Spezialisierung auf Investitionsgüter dagegen das kapitalintensive Konsumgut importiert, dann führt eine Zunahme der relativen Kapitalausstattung zu einer Verschlechterung der terms of trade, da der relative Güterpreis abnimmt, wenn die relative Kapitalausstattung steigt.
Die komparativ-statische Analyse von Södersten beschränkt sich auf den Fall der unvollständigen Spezialisierung eines Landes; sein Ergebnis, daß eine Kapitalvermehrung zu einer Verbesserung der terms of trade führt, wenn das kapitalintensive Gut (Konsumgut) importiert wird, und zu einer Verschlechterung, wenn das kapitalintensive Gut exportiert wird, stimmt mit unseren Ableitungen überein.

---

1) Diesen Gesichtspunkt hat R.E.Baldwin, a.a.O., S.841-848 hervorgehoben.
2) Vergl. S. die Gleichungen (33.77) bis (33.79).

334 Das langfristige Gleichgewicht

3341 Die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen

Das langfristige Gleichgewicht neoklassischer Modelle ist dadurch gekennzeichnet, daß Arbeit und Kapital mit derselben Rate wachsen, daß also die relative Kapitalausstattung $z_t = K_t/A_t$ im Zeitverlauf konstant bleibt. Dieses Gleichgewichtskonzept läßt sich ohne weiteres auf zwei Länder übertragen: Gleichgewicht ist dann erreicht, wenn die relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern konstant bleiben. Auf die Frage, ob diese in beiden Ländern gleich sein müssen oder ob unter bestimmten Voraussetzungen eine Tendenz zu ihrem Ausgleich besteht, wollen wir später eingehen. Würde sich eine solche Angleichung oder gar ein vollständiger Ausgleich ergeben, dann wäre dies ein äußerst interessantes Ergebnis.

Wir leiten zunächst die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder ab, wenn beide Länder beide Güter produzieren[1]. Die Veränderungen der relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern sind durch das Wachstum des Arbeitsbestandes einerseits und durch den Kapitalakkumulationsprozeß andererseits bestimmt. Aus der Definition der relativen Kapitalausstattung[2]

$$33.81 \qquad z_i = \frac{K_i}{A_i}$$

folgt durch logarithmisches Differenzieren nach der Zeit

$$33.82 \qquad \frac{1}{z_i}\frac{dz_i}{dt} = \frac{1}{K_i}\frac{dK_i}{dt} - \frac{1}{A_i}\frac{dA_i}{dt} \quad ;$$

die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung ergibt sich also als Differenz zwischen den Wachstumsraten des Kapitals und der Arbeit. Aus den Gleichungen (33.17) und (33.18) erhält man die Wachstumsraten für die beiden Produktionsfaktoren; setzt man diese in (33.82) ein, dann folgt

$$33.83 \qquad \frac{1}{z_i}\frac{dz_i}{dt} = \frac{Y_{iI}}{K_i} - n$$

und unter Berücksichtigung von (33.16) schließlich

$$33.84 \qquad \frac{1}{z_i}\frac{dz_i}{dt} = \frac{s_i Y_i}{pK_i} - n \quad .$$

---

1) Vergl. zu der dabei angewandten Methode P.K.Bardhan I, a.a.O., S.457-458; H.Oniki und H.Uzawa, a.a.O., S. 32.
2) Der Zeitindex kann, ohne daß Mißverständnisse entstehen, wegbleiben.

Auf der anderen Seite ist das Volkseinkommen bei ausgeglichener Handelsbilanz gleich der Summe aus Lohn- und Kapitaleinkommen, also

33.85 $$Y_i = r_i K_i + w_i A_i$$

oder in Pro-Kopf-Größen

33.86 $$\frac{Y_i}{A_i} = r_i(z_i + q_i) \ .$$

Nun werden, da auf allen Märkten vollständige Konkurrenz herrscht, die Produktionsfaktoren mit ihrem Grenzwertprodukt entlohnt; deshalb gilt für die Kapitalrente

33.87 $$r_i = p(1-b)z_{iI}^{-b} \ .$$

Damit wird Gleichung (33.86) zu

33.88 $$\frac{Y_i}{A_i} = p(1-b)z_{iI}^{-b}(z_i + q_i) \ .$$

Setzt man diese Beziehung in (33.84) ein, dann erhält man für die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder

33.89 $$\frac{1}{z_i}\frac{dz_i}{dt} = s_i(1-b)z_{iI}^{-b}\frac{z_i + q_i}{z_i} - n \quad ; \ (i = 1,2).$$

Diese beiden Differentialgleichungen sind für die Analyse des langfristigen Gleichgewichts von entscheidender Bedeutung, da sie das Verhalten der relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern beschreiben. Zur Abkürzung setzen wir für die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung G_i, also

33.90 $$G_i = s_i(1-b)z_{iI}^{-b}\frac{z_i + q_i}{z_i} - n \ .$$

Berücksichtigt man die Gleichungen (33.22) und (33.33), dann erhält man

33.91 $$G_i = s_i(1-b)\left(\frac{1-b}{b}\right)^{-b} B_3^{-b} p^{\frac{-b}{b-a}} \frac{z_i + B_3 p^{\frac{1}{b-a}}}{z_i} - n \ ,$$

wobei $B_3 = \left(\frac{1-b}{1-a}\right)^{\frac{1}{b-a}}\left(\frac{1-a}{a}\right)^{\frac{a}{b-a}}\left(\frac{1-b}{b}\right)^{\frac{-b}{b-a}}$ bedeutet; B_3 ist positiv.

Nun soll der Einfluß einer Änderung der relativen Kapitalausstattungen in den Ländern auf die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen bestimmt werden. Da p, die Weltmarktpreisrelation, selbst wieder von den relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder abhängt, ist es zweckmäßig, d. Ableitung der Gleichung (33.91) in zwei Schritten vorzunehmen.

Man erhält

33.92 $$\frac{\partial G_i}{\partial z_1} = \frac{\partial G_i}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial z_1}$$

33.93 $$\frac{\partial G_i}{\partial z_2} = \frac{\partial G_i}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial z_2} \quad .$$

Wir haben oben[1] gesehen, daß sowohl $\partial p/\partial z_1$ als auch $\partial p/\partial z_2$ größer als null ist. Für $\partial G_i/\partial p$ erhält man aus der Gleichung (33.91) durch logarithmisches Differenzieren

33.94 $$\frac{1}{G_i+n} \frac{\partial G_i}{\partial p} = \frac{-b}{b-a} \frac{1}{p} + \frac{1}{z_i+B_3 p^{\frac{1}{b-a}}} \frac{1}{b-a} B_3 \, p^{\frac{1-b-a}{b-a}} \quad .$$

Nach einigen Umformungen folgt

33.94a $$\frac{\partial G_i}{\partial p} = (G_i+n) \left(\frac{1}{b-a} \frac{-bz_i+(1-b)B_3 p^{\frac{1}{b-a}}}{p(z_i+B_3 p^{\frac{1}{b-a}})} \right) .$$

Um das Vorzeichen dieser Ableitung bestimmen zu können, sind die einzelnen Faktoren auf ihre Vorzeichen hin zu überprüfen. Die erste Klammer ist positiv (vergl. (33.91)). Da $a < b$ ist, hängt das Vorzeichen der zweiten Klammer vom Zähler des Bruchstrichs ab, da der Nenner positiv ist. Unter Verwendung der Gleichungen (33.22) und (33.33) erhält man für den Zähler

33.94b $$b(z_{iI}-z_i) < 0 \quad .$$

Die beiden Ableitungen (33.94a) sind negativ, also folgt für (33.92/93)

33.95 $$\frac{\partial G_1}{\partial z_1} < 0 \qquad \frac{\partial G_1}{\partial z_2} < 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_1} < 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_2} < 0 \quad .$$

Eine Erhöhung der relativen Kapitalausstattung in einem der beiden Länder führt also zu einer Verminderung der Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern.

Wir betrachten nun weiter den Fall, bei dem Land 1 beide Güter, Land 2 dagegen nur Investitionsgüter produziert. Für Land 1 ergibt sich dieselbe

---

1) Vergl. die Ungleichungen (33.77).

Differentialgleichung (33.91); daraus lassen sich dieselben Ergebnisse ableiten. Für Land 2, das sich vollständig auf Investitionsgüter spezialisiert, greifen wir auf die Gleichung (33.83) zurück und setzen

$$33.96 \qquad G_2 = \frac{Y_{2I}}{K_2} - n \ .$$

Berücksichtigt man die Gleichungen (33.4) und (33.52), dann erhält man, da die gesamten Produktionsfaktoren in der Investitionsgüterproduktion verwendet werden,

$$33.97 \qquad G_2 = \frac{A_2^b K_2^{1-b} - (1-s_2)A_2^b K_2^{1-b}}{K_2} - n$$

und nach einigen Umformungen

$$33.98 \qquad G_2 = s_2 z_2^{-b} - n \ .$$

Die Ableitungen nach den relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder ergeben

$$33.99 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_1} = 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_2} = -bs_2 z_2^{-b-1} < 0 \ .$$

Da die Wirkungen einer Änderung der relativen Kapitalausstattungen auf die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattungen in Land 1 gleich sind wie im vorher behandelten Fall, erhält man also

$$33.100 \qquad \frac{\partial G_1}{\partial z_1} < 0 \qquad \frac{\partial G_1}{\partial z_2} < 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_1} = 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_2} < 0 \ .$$

Als dritte mögliche Art der Spezialisierung soll der Fall untersucht werden, bei dem Land 1 beide Güter, Land 2 aber nur Konsumgüter produziert. Wir können uns dabei wieder auf die Analyse des Landes 2 beschränken, da sich für Land 1 dieselben Ergebnisse wie oben ableiten lassen. Aus der Gleichung für die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung in Land 2 (33.84) erhält man

$$33.101 \qquad G_2 = \frac{s_2 Y_2}{pK_2} - n$$

sowie unter Berücksichtigung der Tatsache, daß das Volkseinkommen gleich der Konsumgüterproduktion ist,

$$33.102 \qquad G_2 = \frac{s_2 z_2^{-a}}{p} - n \ .$$

Wir wenden wieder die Beziehungen (33.92) und (33.93) an. Die partielle Ableitung nach p ergibt

$$33.103 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial p} = - \frac{s_2 z_2^{-a}}{p^2} < 0 \ .$$

Da $\partial p/\partial z_1$ und $\partial p/\partial z_2$ positiv sind, folgt

$$\frac{\partial G_2}{\partial z_1} < 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_2} < 0 \ .$$

Der Einfluß einer Veränderung der relativen Kapitalausstattungen auf die Wachstumsraten dieser Größen läßt sich nun durch folgende vier Bedingungen darstellen

$$33.104 \qquad \frac{\partial G_1}{\partial z_1} < 0 \qquad \frac{\partial G_1}{\partial z_2} < 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_1} < 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_2} < 0 \ .$$

Im letzten Fall, den wir untersuchen, ist Land 1 vollständig auf Investitionsgüter und Land 2 auf Konsumgüter spezialisiert. Für Land 1 gelten die Beziehungen (33.99). Da Land 2 nur Konsumgüter produziert, muß es Investitionsgüter importieren, die gleich den Exporten des Landes 1 sind, es gilt also

$$33.105 \qquad Y_{2I} = (1-s_1) A_1^b K_1^{1-b} \ .$$

Damit erhält man aus (33.83)

$$33.106 \qquad G_2 = \frac{(1-s_1) A_1^b K_1^{1-b}}{K_2} - n \ .$$

Nach einigen Umformungen folgt

$$33.107 \qquad G_2 = \frac{A_1 (1-s_1) z_1^{1-b}}{A_2 z_2} - n \ .$$

Da infolge konstanter Wachstumsraten der Arbeit A_1/A_2 konstant ist, ergibt sich für die partiellen Ableitungen

$$33.108 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_1} = \frac{(1-b) A_1 (1-s_1) z_1^{-b}}{A_2 z_2} > 0$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial z_2} \quad \frac{-A_1 (1-s_1) z_1^{1-b}}{A_2 z_2^2} < 0$$

Für diese Art der Spezialisierung erhält man also

33.109 $\frac{\partial G_1}{\partial z_1} < 0 \qquad \frac{\partial G_1}{\partial z_2} = 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_1} > 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_2} < 0 .$

Wir fassen die bisherigen Ergebnisse in folgender Tabelle zusammen; dabei sind die partiellen Ableitungen mit (+), (-) oder (0) bezeichnet, je nachdem sie größer, kleiner oder gleich null sind.

Art der Spezialisierung	$\frac{\partial G_1}{\partial z_1}$	$\frac{\partial G_1}{\partial z_2}$	$\frac{\partial G_2}{\partial z_1}$	$\frac{\partial G_2}{\partial z_2}$
1(C,I) 2(C,I)	-	-	-	-
1(C,I) 2(I)	-	-	0	-
1(C,I) 2(C)	-	-	-	-
1(I) 2(C)	-	0	+	-

3342 Existenz eines langfristigen Gleichgewichts

Ein langfristiges Gleichgewicht ist dann erreicht, wenn Arbeit und Kapital mit derselben Rate wachsen. In einem solchen stetigen Wachstum werden die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern null, also $G_i = 0$ $(i = 1,2)$. Wir suchen nun für beide Länder mögliche partielle Gleichgewichtspositionen, bei denen sich jeweils ein Land im langfristigen Gleichgewicht befindet, ohne Rücksicht auf die Situation des anderen Landes.

Zunächst betrachten wir wieder den Fall, daß beide Länder beide Güter produzieren. Oben wurde abgeleitet, daß eine Erhöhung der relativen Kapitalausstattung des Landes 1 oder des Landes 2 zu einer Verminderung der Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung des Landes 1, G_1, führt. Damit $G_1 = 0$, d.h. die partielle Gleichgewichtsposition des Landes 1 erhalten bleibt, muß bei einer Erhöhung der relativen Kapitalausstattung des Landes 1 die des Landes 2 vermindert werden, also

33.110 $\frac{dz_2}{dz_1} < 0 \quad (\text{für } G_1 = 0).$

Für $G_2 = 0$ erhält man analog

33.111 $$\frac{dz_2}{dz_1} < 0 \quad \{\text{für } G_2 = 0\}.$$

Im zweiten Fall, bei dem Land 1 beide Güter, Land 2 jedoch nur Investitionsgüter produziert, ergeben sich für Land 1 keine Besonderheiten; es ist

33.112 $$\frac{dz_2}{dz_1} < 0 \quad \{\text{für } G_1 = 0\}.$$

Die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung des Landes 2, G_2, wird zwar nicht durch eine Variation von z_2, jedoch durch Veränderungen von z_1 berührt. Es ist deshalb nicht möglich, eine Veränderung von z_2 durch eine Veränderung von z_1 zu kompensieren. In dieser Situation kann z_1 zwar in einem bestimmten Bereich erhöht oder vermindert werden, z_2 nimmt jedoch einen genau bestimmten Wert an.

Wenn Land 1 beide Güter und Land 2 nur Konsumgüter produziert, ergibt sich, wie man sich leicht überzeugen kann,

33.113 $$\frac{dz_2}{dz_1} < 0 \quad \{\text{für } G_1 = 0\} \qquad\qquad \frac{dz_2}{dz_1} < 0 \quad \{\text{für } G_2 = 0\}.$$

Ist Land 1 auf Investitionsgüter und Land 2 auf Konsumgüter vollständig spezialisiert, dann existiert für Land 1 nur ein einziger Gleichgewichtswert. Für Land 2 erhält man dagegen

33.114 $$\frac{dz_2}{dz_1} > 0 \quad \{\text{für } G_2 = 0\},$$

da die Wirkungen von Veränderungen der relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder auf G_2 entgegengesetzt sind.

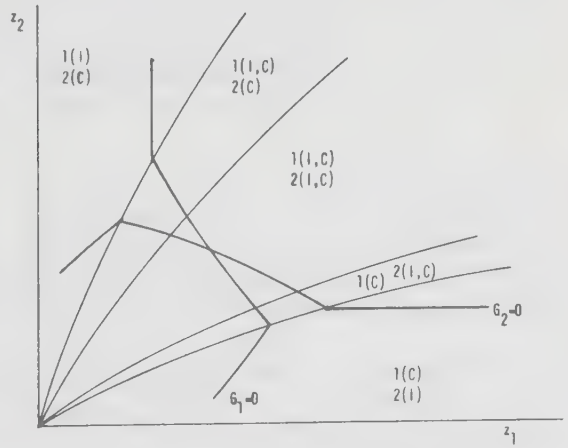
Wir fassen die Ergebnisse in folgender Tabelle zusammen, wobei die Vorzeichen von (dz_2/dz_1) durch (+), (-) und (0) gekennzeichnet werden, je nachdem sie positiv, negativ oder null sind:

Art der Spezialisierung	$dz_2/dz_1\{\text{für } G_1=0\}$	$dz_2/dz_1\{\text{für } G_2=0\}$
1(C,I) 2(C,I)	-	-
1(C,I) 2(I)	-	0
1(C,I) 2(C)	-	-
1(I) 2(C)	0	+

Das langfristige Gleichgewicht läßt sich nun graphisch ableiten[1]. In Abschnitt 3336 wurden die Bereiche in einem z_1-z_2-Koordinatensystem je nach der Art der Spezialisierung abgegrenzt (vergl. Abb. 3.10 a,b). In diesem Abschnitt wurden für die beiden Länder partielle Gleichgewichtssituationen in Abhängigkeit von der Art der Spezialisierung und der relativen Kapitalausstattung der beiden Länder abgeleitet. Wir können deshalb die G_1=0 und die G_2 = 0 Positionen in ein z_1-z_2-Koordinatensystem eintragen (Abb.3.12).

Beginnen wir mit der G_1 = 0 Kurve. Ihre Steigung ist durch das Verhältnis von dz_2 zu dz_1 bei G_1 = 0 gegeben. Diese ist in drei Bereichen negativ; wenn Land 1 auf Investitionsgüter und Land 2 auf Konsumgüter völlig spezialisiert ist, wird die Kurve zu einer Parallelen zur z_2-Achse. Ist Land 1 auf Konsumgüter und Land 2 auf Investitionsgüter vollständig spezialisiert, dann ist die G_1 = 0 Kurve positiv geneigt. Für Land 2 erhält man auf analoge Weise eine G_2 = 0 Kurve.

Abb. 3.12



Es bleibt noch die Frage zu klären, welche der beiden Kurven steiler ist. Die Steigung der Kurven ist durch folgende Relation gegeben

$$33.115 \qquad \frac{dz_2}{dz_1}\{\text{für } G_i = 0\} = -\frac{\frac{\partial G_i}{\partial z_1}}{\frac{\partial G_i}{\partial z_2}} \qquad (i = 1,2) \quad .$$

1) Vergl. H.Oniki und H.Uzawa, a.a.O., S. 35 ff.

Wir betrachten nur den Fall, daß im langfristigen Gleichgewicht beide Länder beide Güter produzieren. Aus der Gleichung (33.90) erhält man durch logarithmisches Differenzieren nach einigen Umformungen[1] für Land 1

33.116 $$\frac{1}{G_1+n}\frac{\partial G_1}{\partial z_1} = \left(-\frac{1-b}{z_{1I}} + \frac{1}{z_1+q_1}\right)\frac{dq_1}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_1} - \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_1+q_1}\right)$$

33.117 $$\frac{1}{G_1+n}\frac{\partial G_1}{\partial z_2} = \left(-\frac{1-b}{z_{1I}} + \frac{1}{z_1+q_1}\right)\frac{dq_1}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_2} \quad .$$

Für das Land 2 erhält man entsprechende Relationen. Eingesetzt in die Beziehung (33.115) ergibt sich

33.118 $$\frac{dz_2}{dz_1} = -\frac{\left(-\frac{1-b}{z_{1I}} + \frac{1}{z_1+q_1}\right)\frac{dq_1}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_1} - \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_1+q_1}\right)}{\left(-\frac{1-b}{z_{1I}} + \frac{1}{z_1+q_1}\right)\frac{dq_1}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_2}} \quad \{\text{für } G_1 = 0\}$$

33.119 $$\frac{dz_2}{dz_1} = -\frac{\left(-\frac{1-b}{z_{2I}} + \frac{1}{z_2+q_2}\right)\frac{dq_2}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_1}}{\left(-\frac{1-b}{z_{2I}} + \frac{1}{z_2+q_2}\right)\frac{dq_2}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_2} - \left(\frac{1}{z_2} - \frac{1}{z_2+q_2}\right)} \quad \{\text{für } G_2 = 0\}.$$

Unterstellen wir zunächst, daß die relativen Kapitalausstattungen im Gleichgewicht in beiden Ländern identisch sind. Man erhält[2]

33.120 $$\frac{\partial G_1}{\partial z_1} < \frac{\partial G_2}{\partial z_1}$$

33.121 $$\frac{\partial G_1}{\partial z_2} > \frac{\partial G_2}{\partial z_2} \quad .$$

Daraus folgt für die Steigungen der partiellen Gleichgewichtskurven[3]

33.122 $$\frac{dz_2}{dz_1}\{\text{für } G_1 = 0\} < \frac{dz_2}{dz_1}\{\text{für } G_2 = 0\}.$$

---

1) Es ist $\log(G_i+n) = \log s_i + \log(1-b) - b \log z_{iI} + \log(z_i+q_i) - \log z_i$; und $\frac{1}{G_1+n}\frac{\partial G_1}{\partial z_1} = \frac{-b}{z_1}\frac{dz_{1I}}{dq_1}\cdot\frac{dq_1}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_1} + \frac{1}{z_1+q_1} + \frac{1}{z_1+q_1}\frac{dq_1}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_1} - \frac{1}{z_1}$.
Daraus folgt mit (33.24) die Relation (33.116).

2) Da bei unvollständiger Spezialisierung Faktorpreisausgleich erfolgt, ist $z_{1I} = z_{2I}$, ferner ist $1/z_i - 1/(z_i+q_i) > 0$, $dq/dp > 0$ und $\partial p/\partial z_i > 0$ (vergl.S. 93 und S.116). Außerdem läßt sich unter Verwendung der Gleichung (33.22) zeigen, daß die Klammerausdrücke vor den beiden Ableitungen negativ sind; es ist $(1-b)/z_{iI} = 1/z_{iI}(1+b/(1-b)) = 1/(z_{iI}+q_i)$.

3) Man vergleicht das Ergebnis zweier Divisionen, bei denen Zähler und Nenner durch die Ungleichheitszeichen in größenmäßigen Beziehungen zueinander stehen.

Das bedeutet, daß die $G_1 = 0$ Kurve die $G_2 = 0$ Kurve von unten schneidet.

Ist im langfristigen Gleichgewicht $z_1^x > z_2^x$, dann ergibt sich für die Zähler der Gleichungen (33.118) und (33.119)

33.123 $$\frac{\partial G_1}{\partial z_1} < \frac{\partial G_2}{\partial z_1} \quad .$$

Dies läßt sich folgendermaßen zeigen. Da

33.124 $$\frac{1}{q_1+z_1} < \frac{1}{q_2+z_2}$$

ist, gilt auch[1)]

33.125 $$(-\frac{1-b}{z_{1I}} + \frac{1}{z_1+q_1})\frac{dq_1}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_1} < (-\frac{1-b}{z_{1I}} + \frac{1}{z_2+q_2})\frac{dq_1}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_1}$$

und ferner

33.126 $$(-\frac{1-b}{z_{1I}} + \frac{1}{z_1+q_1})\frac{dq_1}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_1} - (\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_1+q_1}) < (\frac{1-b}{z_{1I}} + \frac{1}{z_2+q_2})\frac{dq_1}{dp}\frac{\partial p}{\partial z_1} \quad .$$

Daraus ergibt sich die Beziehung (33.123). Analog kann man für die Nenner von (33.118) und (33.119) ableiten

33.127 $$\frac{\partial G_1}{\partial z_2} > \frac{\partial G_2}{\partial z_2} \quad .$$

Für die Steigungen der beiden partiellen Gleichgewichtskurven erhält man auch in diesem Fall, ebenso wie für $z_1^x < z_2^x$, dieselben Ergebnisse, wie sie durch die Beziehung (33.122) dargestellt sind. Hat sich also im langfristigen Gleichgewicht keines der beiden Länder vollständig auf ein Gut spezialisiert, dann ist die $G_1 = 0$ Kurve steiler als die $G_2 = 0$ Kurve.

Für jedes Land wurde oben eine Kurve partieller Gleichgewichtssituationen abgeleitet, auf der die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung jeweils eines Landes null ist. Für beide Länder zusammen existiert ein langfristiges Gleichgewicht nur in dem Schnittpunkt der beiden Kurven; die relativen Kapitalausstattungen beiden Länder bleiben dann im Zeitverlauf konstant. Da die Wachstumsraten der Arbeit in beiden Ländern als gleich angenommen werden, wachsen auch die Kapitalbestände in beiden Ländern mit derselben Rate. Die beiden Länder befinden sich also im stetigen Wachstum oder in einem "Goldenen Zeitalter". Oniki und Uzawa sprechen von einem "balanced state"[2)].

---

1) Vergl. Fn.2) auf der vorhergehenden Seite.
2) H.Oniki und H.Uzawa, a.a.O., S. 36

Es wurde also bisher gezeigt, daß unter der Annahme von Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen ein langfristiges Gleichgewicht existiert und eindeutig durch den Schnittpunkt der beiden partiellen Gleichgewichtskurven bestimmt ist.

Den bisherigen Ableitungen lag die Voraussetzung zugrunde, daß die Wachstumsraten der Arbeit in beiden Ländern identisch sind. Diese Annahme ist grundlegend für die Existenz eines stetigen Wachstumspfades. Zwar meinten Oniki und Uzawa[1], daß der Fall unterschiedlicher Wachstumsraten der Arbeit ohne größere Schwierigkeiten analysiert werden könne, doch läßt sich ohne weiteres zeigen, daß dann ein stetiges Wachstum nicht existieren kann[2]. Befänden sich nämlich zwei Länder mit unterschiedlichem Wachstum der Arbeit jeweils im stetigen Wachstum, dann müßten alle Variablen, insbesondere auch die Exporte und Importe, jeweils mit der Wachstumsrate ihres Landes wachsen. Da nun die Exporte des einen Landes gleich den Importen des anderen Landes sind, ist ein solcher Zustand mit einem stetigen Wachstum in den beiden Ländern nicht vereinbar. Wenn die Wachstumsraten der Arbeit exogen gegeben sind, wäre es ein reiner Zufall, wenn sie übereinstimmen. In einem komplizierteren Modell ließen sich unter Umständen Funktionen einbauen, die eine Angleichung der Wachstumsraten der Arbeit herbeiführen.

3343 Die Stabilität des langfristigen Gleichgewichts

Wir haben gesehen, daß ein stetiges Wachstum möglich ist; nun soll die Stabilität eines solchen Zustandes untersucht werden. Dazu nehmen wir an, daß das stetige Wachstum bei den relativen Kapitalausstattungen z_1^x und z_2^x erreicht ist. Ist dieser Zustand stabil, daß müssen diese relativen Kapitalausstattungen von jedem beliebigen Ausgangspunkt aus erreicht werden.

Wir analysieren zunächst den Fall, daß im langfristigen Gleichgewicht beide Güter in beiden Ländern produziert werden. Außerdem unterstellen wir, daß auch in der Ausgangssituation kein Land vollständig spezialisiert ist. Zur systematischen Darstellung der Stabilität in diesem Fall bedienen wir uns der Abbildung 3.13, in der die $G_1 = 0$ und die $G_2 = 0$ Kurven und außerdem Parallelen zu den beiden Achsen durch den langfristigen Gleichgewichtspunkt eingezeichnet sind. Diese vier Kurven teilen

---

1) H.Oniki und H.Uzawa, a.a.O., S. 16.
2) Darauf hat insbesondere P.K.Bardhan,I, a.a.O.,S.458, hingewiesen.

die Fläche in der Umgebung des Gleichgewichtspunktes in 8 Bereiche; wir wollen nun bestimmen, in welche Richtung sich die relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder bewegen, wenn die Ausgangssituation auf oder zwischen den 4 Kurven liegt; es müssen also insgesamt 16 Kombinationen untersucht werden. Die Ergebnisse werden jeweils in Form eines Pfeiles in die Abbildung 3.13 eingetragen.

Wir können einige Ergebnisse aus dem vorhergehenden Abschnitt verwenden.
- Die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen sind abnehmende Funktionen der relativen Kapitalausstattungen; nach den Beziehungen (33.95) gilt

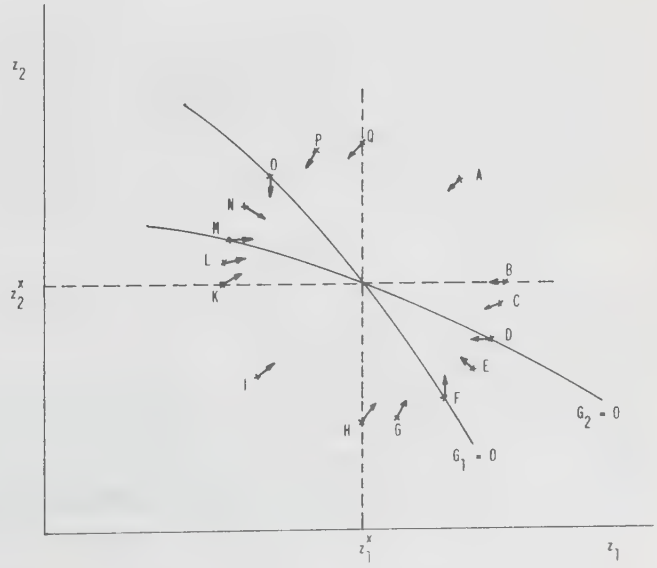
$$\frac{\partial G_1}{\partial z_1} < 0 \qquad \frac{\partial G_1}{\partial z_2} < 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_1} < 0 \qquad \frac{\partial G_2}{\partial z_2} < 0 \,.$$

- Auf den Gleichgewichtskurven sind die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen gleich null; es ist also

$$G_i = s_i(1-b)z_{iI}\,\frac{z_i+q_i}{z_i} - n = 0 \,.$$

- Die Beziehungen zwischen der Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung eines Landes und den relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder sind eindeutig und monoton.

Abb. 3.13



A.
Unterstellen wir zunächst, daß die relativen Kapitalausstattungen durch die Koordinaten des Punktes A gegeben sind, dann ist

33.128 $\quad z_1 > z_1^x \qquad z_2 > z_2^x \quad .$

Da im langfristigen Gleichgewicht z_1^x, z_2^x sowohl $G_1 = 0$ als auch $G_2 = 0$ ist, und G_1 und G_2 abnehmende Funktionen von z_1 und z_2 sind, folgt, daß im Punkt A gilt

33.129 $\quad G_{11} < 0 \qquad G_{21} < 0 \qquad G_{12} < 0 \qquad G_{22} < 0 \quad ,$

wobei der zweite Index darauf hinweist, ob die Abweichung von der Gleichgewichtssituation auf z_1 ($G_{.1}$) oder auf z_2 ($G_{.2}$) zurückzuführen ist, während der erste Index wie bisher die beiden Länder bezeichnet. Insgesamt ergibt sich daraus

33.130
$$G_{11} + G_{12} = G_1 < 0$$
$$G_{21} + G_{22} = G_2 < 0 \quad ,$$

da beide Komponenten von G_1 und G_2 dasselbe Vorzeichen haben. Die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen sind negativ, so daß die relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern abnehmen; sie verändern sich also in südwestlicher Richtung; dies ist in der Abbildung 3.13 durch einen Pfeil gekennzeichnet.

Wenn die relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern abnehmen, dann wächst die Kapitalausstattung langsamer als die Bestände an Arbeit. Da bei A die Arbeitsausstattung schneller wächst als die Kapitalbestände, und die Wachstumsrate der Arbeit laut Modellannahme konstant ist, gleicht sich die Wachstumsrate der Kapitalbestände an die natürliche Wachstumsrate von unten an.

B.
Als nächstes betrachten wir die Situation bei B. Hier ist

33.131 $\quad z_1 > z_1^x \qquad z_2 = z_2^x \quad .$

Da in diesem Punkt die relative Kapitalausstattung des Landes 2 mit derjenigen der Gleichgewichtssituation identisch ist, ist die partielle Abweichung von G_1 und G_2 auf Grund von z_2 gleich null. Für z_1 gelten die gleichen Überlegungen wie im vorigen Fall. Man erhält also

33.132 $G_{11} < 0 \qquad G_{21} < 0 \qquad G_{12} = 0 \qquad G_{22} = 0$

und als Gesamtwirkung

$$\begin{aligned} G_{11} + G_{12} &= G_1 < 0 \\ G_{21} + G_{22} &= G_2 < 0 \end{aligned} \qquad 33.133$$

Die relativen Kapitalausstattungen nehmen also in beiden Ländern ab; sie bewegen sich wieder in südwestlicher Richtung.

Q.
Bei Q läßt sich, analog wie bei B, ableiten, daß die relativen Kapitalausstattungen beider Länder abnehmen, d.h. sich in südwestlicher Richtung entwickeln. Obwohl bei B als auch bei Q die relative Kapitalausstattung eines Landes mit einem langfristigen Gleichgewichtswert identisch ist, entfernt sie sich davon und bewegt sich in Richtung auf die $G_1 = 0$ bzw. die $G_2 = 0$ Kurve.

H.I.K.
Befinden sich die jeweiligen Ausganssituationen bei H, I oder K, kann durch entsprechende Überlegungen wie in den vorhergehenden drei Fällen gezeigt werden, daß die relativen Kapitalausstattungen beider Länder zunehmen. Die Bewegungsrichtung ist entgegengesetzt zu den Punkten Q, A und B.

Die Ableitungen für die anderen eingezeichneten Punkte sind insofern etwas komplizierter, als die Abweichungen von G_1 infolge z_1 und z_2 entgegengesetzte Vorzeichen haben, so daß sie sich teilweise oder ganz kompensieren können. Wir betrachten zunächst die Fälle, in denen sich die beiden Wirkungen ganz kompensieren. Dies trifft zu, wenn sich die relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder auf den Kurven $G_1 = 0$ und $G_2 = 0$ befinden. Diese Kurven sind dadurch definiert, daß gilt

$$\begin{aligned} G_{11} + G_{12} &= 0 \\ G_{21} + G_{22} &= 0 \end{aligned} \qquad 33.134$$

D.M.F.O.
Betrachten wir beispielhaft den Fall, daß die Ausganssituation durch den Punkt D gegeben ist. Da

$$z_1 > z_1^x \qquad z_2 < z_2^x$$

ist, erhält man für die partiellen Wirkungen auf G_2

33.135 $G_{21} < 0 \qquad G_{22} > 0$,

die dem absoluten Betrag nach gleich groß sind, jedoch entgegengesetztes Vorzeichen haben. Daraus folgt, daß sich in diesem Punkt die relative Kapitalausstattung des Landes 2 nicht ändert. Dieses Ergebnis läßt sich für alle Punkte auf der $G_2 = 0$ Kurve ableiten, also auch für den Punkt M. Auf der Kurve $G_1 = 0$ ergeben sich dieselben Schlußfolgerungen für die relative Kapitalausstattung des Landes 1. In den Punkten F und O verändert sich die relative Kapitalausstattung des Landes 1 nicht. Auf die noch fehlenden Entwicklungsrichtungen von z_1 und z_2 kommen wir zurück.

Wir wollen nun die Fälle untersuchen, bei denen sich die partiellen Wirkungen nur teilweise kompensieren.

C.

Wenden wir uns zunächst dem Punkt C zu. Für diesen gilt

33.136 $z_1 > z_1^x \qquad z_2 < z_2^x$.

Die partiellen Wirkungen auf die Wachstumsraten sind deshalb für z_1 negativ und für z_2 positiv, also

33.137 $G_{11} < 0 \qquad G_{21} < 0 \qquad G_{12} > 0 \qquad G_{22} > 0$.

Die Vorzeichen für die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder, G_1 und G_2, sind positiv oder negativ, je nachdem die Summe der partiellen Wirkungen von z_1 und z_2 größer oder kleiner null ist. Über die absolute Größe dieser Wirkungen lassen sich direkt keine Aussagen machen; es ist jedoch möglich, zu Ergebnissen zu kommen, wenn man ausgewählte Punkte heranzieht, in denen die Wachstumsbedingungen der relativen Kapitalausstattungen bekannt sind, und außerdem die Tatsache berücksichtigt, daß die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattungen eine abnehmende Funktion der relativen Kapitalausstattungen ist, und diese Beziehungen eindeutig und monoton sind.

Um das Vorzeichen der Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung des Landes 1 im Punkt C bestimmen zu können, müssen die Bedingungen für die Punkte D, E und F herangezogen werden, wobei für die relativen Kapitalausstattungen in diesen Punkten gelten soll

33.138
$$z_1(C) > z_1(D) > z_1(E) > z_1(F)$$
$$z_2(C) > z_2(D) > z_2(E) > z_2(F) \quad .$$

Da G_1 eine monoton abnehmende Funktion der relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern ist, erhält man

33.139 $\quad G_{11}(C) < G_{11}(D) < G_{11}(E) < G_{11}(F)$

und

33.140 $\quad G_{12}(C) < G_{12}(D) < G_{12}(E) < G_{12}(F)$,

wobei G_{11} negativ und G_{12} positiv ist. Da sich im Punkte F die partiellen Wirkungen gerade kompensieren, gilt

33.141 $\quad G_{11}(F) + G_{12}(F) = 0 \quad$ bzw. $\quad |G_{11}(F)| = G_{12}(F)$.

Damit läßt sich aus den Beziehungen (33.139) und (33.140) ableiten, daß

33.142 $\quad |G_{11}(C)| > G_{12}(C)$

gilt. Die Summe der partiellen Wirkungen ist also negativ

33.143 $\quad G_{11}(C) + G_{12}(C) < 0$,

so daß die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung des Landes 1, G_1, im Punkte C abnimmt.

Die Bedingungen für die Veränderung der Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung des Landes 2 erhält man durch ähnliche Überlegungen. Wir ziehen dazu den Punkt D heran, für den gilt

33.144 $\quad G_{21}(D) + G_{22}(D) = 0 \quad$ bzw. $\quad |G_{21}(D)| = G_{22}(D)$.

Unter Verwendung der Bedingungen (33.138) erhält man[1)]

33.145 $\quad G_{21}(C) < G_{21}(D) < G_{21}(E) < G_{21}(F) < G_{21}(G)$

und

33.146 $\quad G_{22}(C) < G_{22}(D) < G_{22}(E) < G_{22}(F) < G_{22}(G)$,

wobei G_{21} negativ und G_{22} positiv ist. Berücksichtigt man die Beziehung (33.144) bei (33.145) und (33.146), dann folgt

33.147 $\quad |G_{21}(C)| > G_{22}(C) \quad$ bzw. $\quad G_{21}(C) + G_{22}(C) < 0$.

Die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung des Landes 2 nimmt also in Punkte C ebenfalls ab wie die des Landes 1.

D.E.F.G.

Aus den obigen Überlegungen lassen sich noch weitere Ergebnisse gewinnen.

---

1) Wir beziehen hier gleich die Punkte E bis H ein, die sofort weiter analysiert werden.

Aus den Relationen (33.139) und (33.140) folgt, daß die relative Kapitalausstattung des Landes 1 auch in den Punkten D und E abnimmt. Weiter ergibt sich aus den Beziehungen (33.145) und (33.146), daß die relative Kapitalausstattung des Landes 2 in den Punkten E, F und G zunimmt. Die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung des Landes 1 im Punkt G nimmt zu, da $G_{11}(G) > G_{11}(F)$ und $G_{12}(G) > G_{12}(F)$ ist, wobei G_{11} negativ und G_{12} positiv ist. Im Punkt F gilt andererseits $|G_{11}(F)| = G_{12}(F)$, so daß sich das erwähnte Ergebnis einstellt.

Wir haben bisher die Richtungen der Entwicklung der relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder für die Punkte A bis K und Q abgeleitet. Durch entsprechende Überlegungen gelangt man zu analogen Ergebnissen für die restlichen Punkte L bis P. Die Ergebnisse für alle 16 Punkte, die repräsentativ für die Kurven oder für die Bereiche zwischen den Kurven sind, sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen
für den Fall 1(C,I) , 2(C,I)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$z_1 \gtrless z_1^x$	$z_2 \gtrless z_2^x$	$G_{11} \gtrless 0$	$G_{21} \gtrless 0$	$G_{12} \gtrless 0$	$G_{22} \gtrless 0$	G_1	G_2
A	>	>	<	<	<	<	−	−
B	>	−	<	<	−	−	−	−
C	>	<	<	<	>	>	−	−
D	>	<	<	<	>	>	−	0
E	>	<	<	<	>	>	−	+
F	>	<	<	<	>	>	0	+
G	>	<	<	<	>	>	+	+
H	−	<	−	−	>	>	+	+
I	<	<	>	>	>	>	+	+
K	<	−	>	>	−	−	+	+
L	<	>	>	>	<	<	+	+
M	<	>	>	>	<	<	+	0
N	<	>	>	>	<	<	+	−
O	<	>	>	>	<	<	0	−
P	<	>	>	>	<	<	−	−
Q	−	>	−	−	<	<	−	−

Anmerkungen zu den Spalten 1 bis 9.
Spalte 1: Untersuchte Punkte.
Spalte 2 und 3: zeigen die Position der relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder in bezug auf den langfristigen Gleichgewichtspunkt.
(Forts. auf der nächsten Seite).

Wie man sich leicht an Hand der Abbildung 3.13 und der obigen Tabelle überzeugen kann, weisen die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen und deshalb auch die Veränderungen der relativen Kapitalausstattungen Regelmäßigkeiten auf, die in folgender Übersicht zusammengestellt sind; dabei wird die Zunahme der relativen Kapitalausstattung durch (+), die Abnahme durch (-) und die Konstanz durch (0) bezeichnet

Bereich	z_1	z_2
Oberhalb von $G_1=0$ und $G_2=0$	-	-
Unterhalb von $G_1=0$ und $G_2=0$	+	+
Zwischen $G_1=0$ und $G_2=0$ im SO	-	+
Zwischen $G_1=0$ und $G_2=0$ im NW	+	-
Auf $G_1=0$ im SO	0	+
Auf $G_1=0$ im NW	0	-
Auf $G_2=0$ im SO	-	0
Auf $G_2=0$ im NW	+	0

Zusammenfassend kann man also sagen, daß die relative Kapitalausstattung des Landes 1 oberhalb der $G_1 = 0$ Kurve abnimmt und unterhalb davon zunimmt. Genauso wird die relative Kapitalausstattung des Landes 2 oberhalb von $G_2 = 0$ kleiner und unterhalb davon größer. Diese Ergebnisse sind für die Stabilität des langfristigen Gleichgewichts von großer Bedeutung. Befinden sich die relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder im Ausgangszeitpunkt nicht im langfristigen Gleichgewicht, dann verändern sie sich direkt oder über einen Umweg in Richtung auf den langfristigen Gleichgewichtspunkt. Unter der Voraussetzung, daß sowohl im Ausgangszeitpunkt als auch im langfristigen Gleichgewicht in beiden Ländern beide Güter produziert werden, ist das langfristige Gleichgewicht stabil.

Bevor wir näher auf mögliche Entwicklungspfade der relativen Kapitalausstattungen eingehen, wollen wir die anderen Falle betrachten, in denen in der Ausgangssituation ein Land oder beide Lander auf ein Gut spezialisiert sind.

Fortsetzung von der vorhergehenden Seite.

Spalte 4,5,6,7: geben das Vorzeichen der Wirkungen der relativen Kapitalausstattungen auf die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder an.

Spalte 8 und 9: zeigen an, ob die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder zunehmen (+), abnehmen (-), oder konstant (0) bleiben.

Gegenüber den bisherigen Überlegungen ergeben sich keine Unterschiede, wenn in der Ausgangssituation ein Land beide Güter produziert und das andere auf Konsumgüter spezialisiert ist, da die Wirkungen auf die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder in diesem Fall genau gleich sind wie im vorhergehenden Fall, wie sich leicht durch einen Vergleich der Relationen (33.104) und (33.95) zeigen läßt.

Für den Fall, daß in der Ausgangssituation beide Länder vollständig spezialisiert sind, wurden die Ergebnisse in folgender Tabelle und in Abbildung 3.14 zusammengestellt.

Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen
für die Fälle 1(C), 2(I) und 1(I), 2(C)

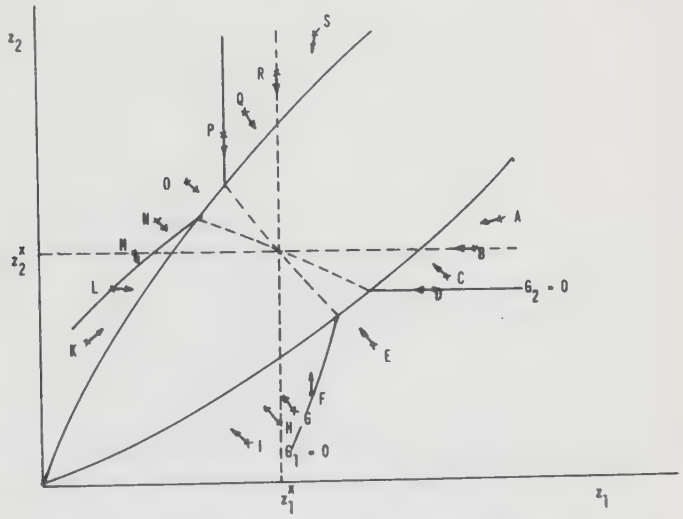
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$z_1 \gtrless z_1^x$	$z_2 \gtrless z_2^x$	$G_{11} \gtrless 0$	$G_{21} \gtrless 0$	$G_{12} \gtrless 0$	$G_{22} \gtrless 0$	G_1	G_2
A	>	>	<	−	>	<	−	−
B	>	−	<	−	−	−	−	0
C	>	<	<	−	<	>	−	+
D	>	<	<	−	<	>	−	0
E	>	<	<	−	<	>	−	+
F	>	<	<	−	<	>	0	+
G	>	<	<	−	<	>	−	+
H	−	<	−	−	<	>	−	+
I	<	<	>	−	<	>	−	+
K	<	<	>	<	−	>	+	+
L	<	<	>	<	−	>	+	0
M	<	−	>	<	−	−	+	−
N	<	>	>	<	−	<	+	−
O	<	>	>	<	−	<	+	−
P	<	>	>	<	−	<	0	−
Q	<	>	>	<	−	<	+	−
R	−	>	−	−	−	<	0	−
S	>	>	<	>	−	<	−	−

Anmerkungen: Vergl. S. 136.

Die Entwicklungsrichtungen von drei in Abbildung 3.14 eingezeichneten typischen Punkten, nämlich D, F und P, bedürfen noch einiger Bemerkungen. Sie liegen alle auf den partiellen Gleichgewichtskurven, so daß die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung eines Landes null ist. Auf der

anderen Seite folgt aus den Abweichungen der relativen Kapitalausstattungen von der langfristigen Gleichgewichtsposition, daß z.B. bei D die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung des Landes 2 zunehmen müßte. Die zweite Schlußfolgerung ist nach der Definition der $G_2 = 0$ Kurve offensichtlich nicht richtig. Es konnte jedoch für diesen Widerspruch keine genügende Erklärung gefunden werden. Unabhängig von der Erklärung bzw. Auflösung dieses Widerspruchs ist die Stabilität des langfristigen Gleichgewichts trotzdem gewährleistet, wie aus Abbildung 3.14 ersichtlich ist.

Abb. 3.14



Zusammenfassend kann man also feststellen, daß das System stabil ist, wenn im langfristigen Gleichgewicht in beiden Ländern beide Güter produziert werden, gleichgültig, ob in der Ausgangssituation ein oder beide Länder vollständig oder teilweise spezialisiert sind.

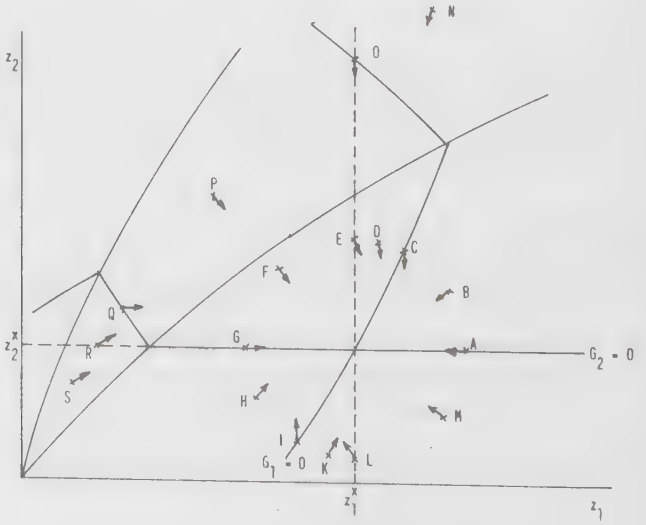
Abschließend wollen wir noch kurz auf den Fall eingehen, bei dem im langfristigen Gleichgewicht Land 1 auf Konsum- und Land 2 auf Investitionsgüter vollständig spezialisiert ist. Die Ergebnisse der Überlegungen sind in der folgenden Tabelle und in Abbildung 3.15 eingetragen. Wie man sich leicht an Hand der Abbildung überzeugen kann, ist auch dieses langfristige Gleichgewicht stabil.

Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen
für die Fälle 1(C), 2(I) und 1(C,I), 2(C,I)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$z_1 \gtrless z_1^x$	$z_2 \gtrless z_2^x$	$G_{11} \gtrless 0$	$G_{21} \gtrless 0$	$G_{12} \gtrless 0$	$G_{22} \gtrless 0$	G_1	G_2
A	>	−	<	−	−	−	−	0
B	>	>	<	−	>	<	−	−
C	>	>	<	−	>	<	0	−
D	>	>	<	−	>	<	+	−
E	−	>	−	−	>	<	+	−
F	<	>	>	−	>	<	+	−
G	<	−	>	−	−	−	+	0
H	<	<	>	−	<	>	+	+
I	<	<	>	−	<	>	0	+
K	<	<	>	−	<	>	−	+
L	−	<	−	−	<	>	−	+
M	>	<	<	−	<	>	−	+
N	>	>	<	<	<	<	−	−
O	−	>	−	−	<	<	0	−
P	<	>	>	>	<	<	+	−
Q	<	>	>	>	<	<	+	0
R	<	−	>	>	−	−	+	+
S	<	<	>	>	>	>	+	+

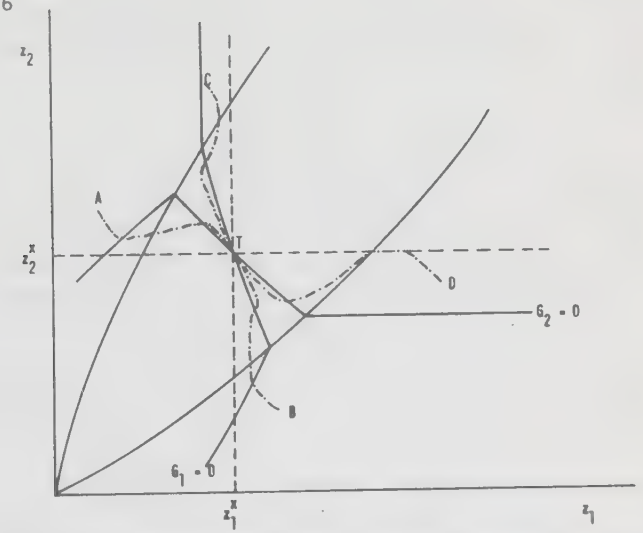
Anmerkungen: Vergl. S. 136.

Abb. 3.15



Die bisherigen Überlegungen zur Stabilität des langfristigen Gleichgewichts erlauben, die Entwicklung der relativen Kapitalausstattungen im Zeitverlauf zu verfolgen[1]. Da die Stabilitätsanalyse nur Angaben darüber macht, ob die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen zu-, abnehmen oder konstant bleiben, können nicht die genauen Entwicklungsverläufe, sondern lediglich die Richtungen, in denen sich die relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder entwickeln, angegeben werden. Vier mögliche Verläufe sind in der folgenden Abbildung 3.16 eingezeichnet.

Abb. 3.16



Einige charakteristische Eigenschaften dieser Entwicklungsverläufe sollen hervorgehoben werden. Auf den $G_i = 0$ Kurven ist die Wachstumsrate der relativen Kapitalausstattung eines Landes null, so daß die partiellen Gleichgewichtskurven entweder waagrecht oder senkrecht geschnitten werden. Im allgemeinen wird auf den $G_i = 0$ Kurven die Änderung der Entwicklungsrichtung für die relative Kapitalausstattung eines Landes eingeleitet.

Bei den neoklassischen Zwei-Sektoren-Modellen ohne Außenhandel steigt oder sinkt das Verhältnis von Kapital zu Arbeit monoton, bis das langfristige Gleichgewicht erreicht ist, sofern dieses stabil ist[2]. Im Gegensatz hierzu kann bei einem Modell mit Außenhandel die Richtung , in

---

1) Vergl. H.Oniki und H.Uzawa, a.a.O., S. 37.
2) Vergl. z.B. J.E.Meade, a.a.O., S. 164 ff.

der sich die relative Kapitalausstattung eines Landes entwickelt, durchaus im Zeitverlauf ändern, d.h. zuerst abnehmen, dann zunehmen und schließlich wieder abnehmen (z.B. A → T).

Die Stabilitätsuntersuchungen für das neoklassische Wachstumsmodell mit Außenhandel wurden für die beiden Fälle durchgeführt, in denen im langfristigen Gleichgewicht entweder beide Länder beide Güter produzieren oder beide Länder vollständig spezialisiert sind. Die beiden anderen Möglichkeiten, bei denen ein Land entweder vollständig auf Konsumgüter oder Investitionsgüter spezialisiert ist und das andere beide Güter herstellt, lassen sich auf ähnliche Art analysieren; auch dabei entwickeln sich die relativen Kapitalausstattungen in Richtung auf das langfristige Gleichgewicht.

Insgesamt kann man also sagen, daß der Gleichgewichtspfad eines Zwei-Sektoren-Wachstumsmodells mit Außenhandel bei Zugrundelegung von Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen stabil ist. Im langfristigen Gleichgewicht werden die Wachstumsraten der relativen Kapitalausstattungen null, d.h. die relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder bleiben im Zeitverlauf konstant; Arbeit und Kapital wachsen mit derselben Rate.

Wir haben bisher unterstellt, daß das Konsumgut kapitalintensiver ist als das Investitionsgut ($a < b$ bzw. $z_C > z_I$). Die Faktorintensität der Produktion ist bei einer Cobb-Douglas-Produktionsfunktion durch die Produktionselastizitäten bestimmt[1]. Die Diskussion der Stabilität neoklassischer Wachstumsmodelle mit zwei Sektoren hat gezeigt, daß - unter der Annahme linear-homogener Produktionsfunktionen - das Gleichgewicht dann nicht stabil ist, wenn das Konsumgut arbeitsintensiver ist als das Investitionsgut ($a > b$ bzw. $z_C < z_I$). Uzawa[2] meint, daß es schwierig sei, für dieses Phänomen eine ökonomische Erklärung zu geben; maßgebend seien vor allem mathematische Gründe.

Die weitere Diskussion brachte dann das Ergebnis, daß es zwei verschiedene hinreichende Bedingungen für die Stabilität des stetigen Wachstumspfades gibt. "The first is the capital-intensity condition ... The other ... is that the elasticity of substitution between capital and labour in each sector is at least equal to unity"[3]. Es läßt sich nun zeigen, daß

---

1) Vergl. S.92.
2) H.Uzawa II, a.a.O., S. 109.
3) A.Amano, A Further Note on Professor Uzawa's Two-Sector Model of Economic Growth, in: Review of Economic Studies,Vol.XXXI,1964,S.97.

die Substitutionselastizität zwischen den Produktionsfaktoren bei Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen gleich eins ist[1]. Dann ist das langfristige Gleichgewicht in einem neoklassischen Zwei-Sektoren-Modell mit Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen stabil, ohne Rücksicht auf die Faktorintensität der Güter. Auf die Darstellung eines Modells mit Außenhandel, bei dem das Konsumgut arbeitsintensiver ist als das Investitionsgut, wollen wir daher verzichten[2].

3344 Nachfragebedingungen und relative Kapitalausstattungen im langfristigen Gleichgewicht

Wir haben bisher die Existenz und die Stabilität des langfristigen Gleichgewichts untersucht, und haben die Bedeutung zweier exogener Größen für dieses Gleichgewicht, nämlich die Wachstumsraten der Arbeit und die Produktionselastizitäten, gewürdigt. In diesem Abschnitt soll in komparativ-dynamischer Analyse untersucht werden, welchen Einfluß die Nachfragebedingungen, die durch die Sparquoten gegeben sind, auf die relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder haben. Die anderen Modellannahmen werden dabei nicht geändert; insbesondere bleiben die Wachstumsraten der Arbeit in beiden Ländern gleich, und das Konsumgut ist kapitalintensiver als das Investitionsgut. Wir unterstellen, daß das langfristige Gleichgewicht existiert und stabil ist.

Im langfristigen Gleichgewicht gelten, sofern in beiden Ländern beide Güter hergestellt werden, die folgenden Bedingungen[3]

$$33.148 \qquad G_1 = \frac{s_1(1-b)z_{1I}^{-b}(z_1^x + q_1)}{z_1^x} - n_1 = 0$$

$$33.149 \qquad G_2 = \frac{s_2(1-b)z_{2I}^{-b}(z_2^x + q_2)}{z_2^x} - n_2 = 0 \quad .$$

Um den Einfluß der Nachfragebedingungen einfach zeigen zu können, unterscheiden wir zwei Fälle: gleiche oder unterschiedliche Sparquoten in den beiden Ländern.

---

1) Vergl. R.G.D.Allen, Mathematical Analysis for Economists, a.a.O., S.343.
2) Vergl. zu einer allgemeinen Formulierung P.K.Bardhan I, a.a.O., S.459 ff.
3) Vergl. die Gleichungen (33.90).

Wenn die Nachfragebedingungen in beiden Ländern gleich sind, dann ist $s_1 = s_2$. Da $n_1 = n_2$ ist, ferner die relativen Faktorpreise q_i, die Inputrelationen z_{iI} in beiden Ländern übereinstimmen, müssen die relativen Kapitalausstattungen in beiden Ländern identisch sein; es ist also

33.150 $$z_1^x = z_2^x \qquad \text{wenn} \quad s_1 = s_2 \ .$$

Bei unterschiedlichen Nachfragebedingungen sind die Sparquoten der Länder nicht gleich. Da jedoch die Wachstumsraten der Arbeit in beiden Ländern übereinstimmen, erhält man aus den Gleichungen (33.148) und (33.149)

33.151 $$\frac{s_1(1-b)z_{1I}^{-b}(z_1^x + q_1)}{z_1^x} = \frac{s_2(1-b)z_{2I}^{-b}(z_2^x + q_2)}{z_2^x} \ .$$

Wie im vorhergehenden Fall stimmen die sonstigen Variablen des Modells überein, so daß sich folgende Relation ergibt

33.152 $$\frac{s_1(z_1^x + q_1)}{z_1^x} = \frac{s_2(z_2^x + q_2)}{z_2^x} \ .$$

Wenn nun $s_1 > s_2$ ist, dann muß gelten

33.153 $$\frac{z_1^x + q_1}{z_1^x} < \frac{z_2^x + q_2}{z_2^x}$$

oder

33.154 $$1 + \frac{q_1}{z_1^x} < 1 + \frac{q_2}{z_2^x} \ .$$

Da jedoch die relativen Faktorpreise in beiden Ländern gleich sind, folgt

33.155 $$\frac{1}{z_1^x} < \frac{1}{z_2^x}$$

oder

33.156 $$z_1^x > z_2^x \qquad \text{wenn} \quad s_1 > s_2 \ .$$

Umgekehrt ist

33.157 $$z_2^x > z_1^x \qquad \text{wenn} \quad s_1 < s_2 \ .$$

Wenn also die Sparquote in einem Land größer ist als im anderen, dann ist die relative Kapitalausstattung des ersteren Landes im langfristigen

Gleichgewicht größer als die des letzteren. Ist $s_1 > s_2$, dann hat das Land 1 im Vergleich zum Land 2 Präferenzen für das Investitionsgut, während Land 2 Präferenzen für das Konsumgut hat. Das bedeutet, daß Land 1 bei einem gegebenen Volkseinkommen mehr investiert als Land 2. Langfristig wirkt sich diese Präferenz so aus, daß im Gleichgewicht die relative Kapitalausstattung in Land 1 größer ist als in Land 2. Die Sparquoten bestimmen also bei in beiden Ländern gleichen Produktionsbedingungen die relativen Kapitalausstattungen im langfristigen Gleichgewicht. Dagegen haben die Sparquoten auf die langfristige Gleichgewichtswachstumsrate in beiden Ländern keinen Einfluß. Durch die Einführung von Außenhandel in ein neoklassisches Wachstumsmodell mit zwei Sektoren ergibt sich gegenüber einem Modell ohne Außenhandel in bezug auf die Wachstumsraten kein Unterschied.

3345 Die internationalen Güterströme beim Anpassungsprozeß

Die Art der Spezialisierung im langfristigen Gleichgewicht sagt noch nichts darüber, welche Güter exportiert bzw. importiert werden, wenn keines der beiden Länder vollständig auf ein Gut spezialisiert ist. Liegt vollständige Spezialisierung eines Landes vor, dann sind die Güterströme ohne weiteres deutlich. Wir können uns deshalb auf den Fall der unvollständigen Spezialisierung beider Länder beschränken.

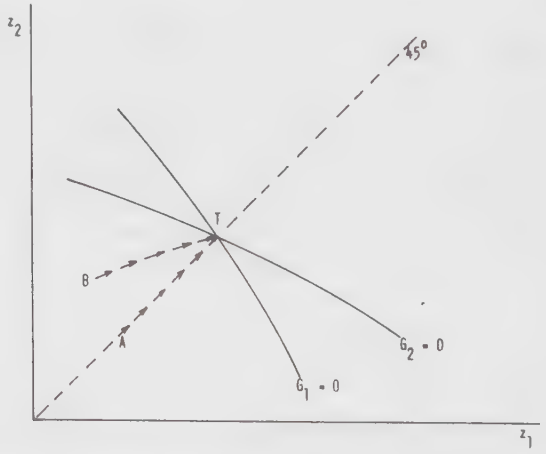
Wenn $s_1 > s_2$ ist, dann ergibt sich $z_1^x > z_2^x$. Land 1 verfügt also im langfristigen Gleichgewicht über relativ mehr Kapital als das Land 2. Die Annahme bei den Sparquoten impliziert, daß Land 1 im Vergleich zum Land 2 eine Präferenz für das arbeitsintensive Investitionsgut hat. Die Präferenz für das arbeitsintensive Investitionsgut einerseits und die im Vergleich zu Land 2 günstigere Kapitalausstattung des Landes 1 hätte zur Folge, daß das arbeitsintensive Investitionsgut in Land 1 ohne internationalen Güteraustausch relativ teurer wäre als in Land 2. Land 1 wird sich also bei internationalem Handel auf das kapitalintensive Konsumgut teilweise spezialisieren, Konsumgüter exportieren und Investitionsgüter importieren. Für das Land 2 ergeben sich umgekehrte Folgerungen.

Diese Zusammenhänge sollen noch etwas ausführlicher dargestellt werden. Wir können damit die Beschreibung der Pfade der relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder verbinden. Dabei gehen wir davon aus, daß sowohl

in der Ausgangssituation als auch im Endgleichgewicht beide Länder beide Güter herstellen.

Wir betrachten zuerst den Fall, daß die Sparquoten in beiden Ländern identisch sind, daß also $s_1 = s_2$ ist; im langfristigen Gleichgewicht ist dann $z_1^x = z_2^x$ (vergl. Abb. 3.17). Sind im Ausgangszeitpunkt die relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder identisch, also beispielsweise durch den Punkt A gegeben, dann findet kein Handel statt, da dann keine komparativen Kostenunterschiede oder Differenzen bei den Nachfragebedingungen vorhanden sind, die alternativ als Ursachen des internationalen Güteraustausches auftreten können. Da $z_1 = z_2 < z_1^x = z_2^x$ ist und da G_1 und G_2 abnehmende Funktionen von z_1 und z_2 sind, sind G_1 und G_2 positiv, so daß

Abb. 3.17



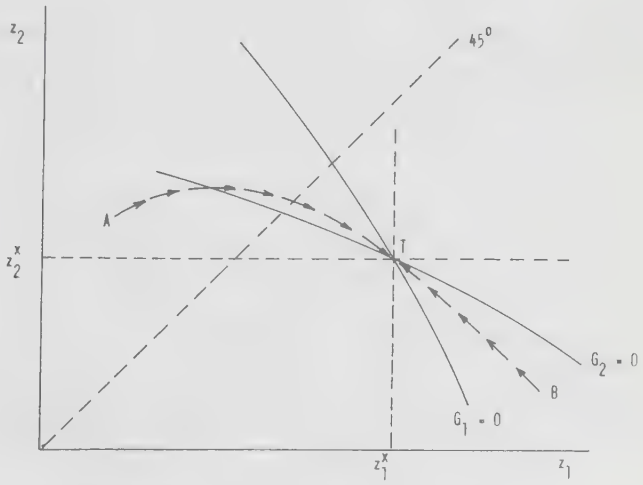
sowohl z_1 als auch z_2 mit derselben Rate in Richtung auf das langfristige Gleichgewicht T zunehmen.

Wenn die anfänglichen relativen Kapitalausstattungen dagegeben bei B gegeben sind, dann ist $z_1 < z_2 < z_1^x = z_2^x$. Da die Struktur beider Länder bis auf die relativen Kapitalausstattungen wieder identisch ist, ergibt sich, daß $G_1 > G_2$ ist, d.h. z_1 wächst schneller als z_2. B bewegt sich in Richtung auf T zu. Bei identischen Nachfragebedingungen bestimmt die relative Kapitalausstattung der beiden Länder die Richtung des internationalen Handels. Zwischen B und T hat Land 1 einen komparativen Vorteil bei der Her-

stellung von Investitionsgütern und Land 2 von Konsumgütern, so daß Land 1 Investitionsgüter und Land 2 Konsumgüter exportiert. Ist das langfristige Gleichgewicht erreicht, dann verschwindet der internationale Handel, da dann nicht nur die Nachfragebedingungen, sondern auch die relativen Kapitalausstattungen identisch sind.

Wir gehen nun auf den Fall ein, in dem die Länder unterschiedliche Sparquoten aufweisen; es sei $s_1 > s_2$ und damit $z_1^x > z_2^x$. Das langfristige Gleichgewicht ist dann beispielsweise durch den Punkt T und die Ausgangssituation durch den Punkt A in Abbildung 3.18 gegeben. Wie wir oben in Abschnitt 3343 gezeigt haben, nehmen von A aus sowohl z_1 als auch z_2 zu, bis die $G_2 = 0$ Kurve erreicht ist; dann wird die relative Kapitalausstattung des Landes 2 kleiner, während die des Landes 1 weiter wächst. In der Ausgangssituation bei A ist Land 2 mit relativ viel Kapital ausgestattet; im Endgleichgewicht T verfügt Land 1 über relativ viel Kapital. Die Knappheitsverhältnisse der Produktionsfaktoren wechseln. Betrachten wir zunächst das Endgleichgewicht, in dem Land 1 über relativ viel Kapital verfügt. Da es eine Präferenz für das arbeitsintensive Investitionsgut hat,

Abb. 3.18



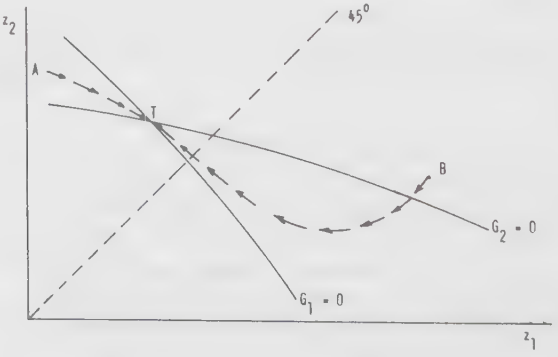
wird das kapitalintensive Konsumgut exportiert und das arbeitsintensive Investitionsgut importiert. Für die Ausgangssituation lassen sich dagegen keine eindeutigen Aussagen über die Richtung des internationalen Handels machen. Denn wenn das Land 1 über relativ viel Arbeit verfügt und außerdem eine Präferenz für das arbeitsintensive Investitionsgut hat, ist es möglich, daß die starke inländische Nachfrage nach dem arbeitsintensiven

Investitionsgut den durch die relativ große Arbeitsausstattung gegebenen komparativen Kostenvorteil beim Investitionsgut aufhebt und entgegen der bestehenden relativen Faktorausstattung das kapitalintensive Konsumgut exportiert. In diesem Fall bleibt die Richtung der Güterströme während des Anpassungsprozesses erhalten. Wenn das Land 1 - entsprechend der relativen Faktorausstattung - in der Ausgangssituation dagegen Investitionsgüter exportiert, dann tritt im Laufe der Anpassung an das langfristige Gleichgewicht ein Umschlag der Güterströme ein.

Ist die Ausgangssituation durch B gegeben, dann verfügt Land 1 auch im Endgleichgewicht über relativ mehr Kapital als Land 2. B entwickelt sich in Richtung auf T. Die Export- und Importströme sind eindeutig bestimmt. Land 1, das bei B über relativ viel Kapital verfügt, hat eine Präferenz für das arbeitsintensive Investitionsgut, so daß sich ein komparativer Vorteil für das kapitalintensive Konsumgut ergibt und dieses Gut sowohl bei B als auch bei T exportiert wird. Entsprechend ergibt sich für Land 2 ein komparativer Vorteil für das Investitionsgut.

Die andere Möglichkeit, daß $s_1 < s_2$ ist, kann auf ähnliche Weise analysiert werden; die Entwicklung der relativen Kapitalausstattungen ist in Abbildung 3.19 eingezeichnet. Über die Richtung des internationalen Güteraustausches gilt wieder, daß, sofern die relativen Faktorknappheiten beim Anpassungsprozeß nicht wechseln, im Ausgangszeitpunkt und im Endgleichgewicht dasjenige Gut exportiert wird, das den reichlich vorhandenen Produktionsfaktor intensiv verwendet. Bei einem Wechsel der Knappheitsverhältnisse sind wieder keine eindeutigen Aussagen möglich.

Abb. 3.19



3346 Der Ausgleich der relativen Kapitalausstattungen

Für die langfristige Entwicklung der relativen Kapitalausstattungen der beiden Länder haben sich einige interessante Ergebnisse gezeigt, die wir zusammenfassen wollen. Die relativen Kapitalausstattungen im langfristigen Gleichgewicht hängen entscheidend von den durch die Sparfunktionen gegebenen Nachfragebedingungen ab. Besteht im ersten Land im Vergleich zum anderen eine Präferenz für das kapitalintensive Konsumgut, d.h. daß die Sparquote des Landes 1 kleiner ist als die des Landes 2, dann ist im langfristigen Gleichgewicht seine relative Kapitalausstattung kleiner als die des Landes 2. Zieht Land 1 dagegen das arbeitsintensive Investitionsgut vor (die Sparquote von Land 1 ist größer als die von Land 2), dann ist seine relative Kapitalausstattung im langfristigen Gleichgewicht größer als die des Landes 2.

Weiter ergibt sich eine gewisse Parallele zum Faktorpreisausgleichstheorem, nach dem sich - unter bestimmten Voraussetzungen - die Faktorpreise durch den internationalen Handel angleichen. Wenn die Nachfragebedingungen in beiden Ländern nämlich identisch sind, dann gleichen sich langfristig die relativen Kapitalausstattungen dieser Länder an. Man kann also analog von einem Theorem über den Ausgleich der relativen Faktorausstattungen sprechen. Langfristig findet ein solcher Ausgleich immer statt, ohne Rücksicht auf die relativen Faktorausstattungen der beiden Länder im Ausgangszeitpunkt, da das langfristige Gleichgewicht stabil ist. Einmal abgesehen von dem völlig unterschiedlichen methodischen Ansatz des statischen Heckscher-Ohlin-Modells und der neoklassischen wachstumstheoretischen Weiterentwicklung stimmen die Voraussetzungen in beiden Modellen weitgehend überein[1]. Hinzu kommt beim Theorem über den Ausgleich der relativen Faktorausstattungen, daß die Nachfragebedingungen in beiden Ländern gleich sein müssen. Stimmen diese nicht überein, dann kann sich je nach der Ausgangssituation eine Angleichung oder aber eine Vergrößerung der Differenz der relativen Faktorausstattungen ergeben. Letzterer Fall würde z.B. dann eintreten, wenn bei unterschiedlichen Sparquoten die relativen Kapitalausstattungen im Ausgangszeitpunkt gleich wären. Beide Theoreme sind theoretisch zwar sehr interessant, doch ist ihre Bedeutung angesichts der sehr extremen Voraussetzungen für die Erklärung der Realität wohl sehr gering[2].

---

1) Vergl. S. 117.
2) Auf die Voraussetzungen im einzelnen einzugehen, würde zu weit führen. Vergl. dazu die oben erwähnte Literatur über das Faktorpreisausgleichstheorem (S. 117,Fn.3); ferner S. 118 Fn.1)).

3347 Theorie der komparativen Kosten und Wirtschaftswachstum

Die Theorie der komparativen Kosten ist ein Kernstück der Theorie des internationalen Handels. Ihr Verhältnis zu den von uns betrachteten Wachstumsmodellen soll uns im folgenden kurz beschäftigen. Die Theorie der komparativen Kosten hat zwei Seiten. Einmal erklärt sie die Richtung der internationalen Güterströme, zum andern enthält sie normative Elemente[1]. Die in dieser Arbeit dargestellten Modelle berühren nur den zuerst genannten Problemkreis[2].

Beim Harrod-Domar-Ansatz ergibt sich keine Möglichkeit, das Konzept der komparativen Kosten direkt anzuwenden. Die partiellen Koeffizienten, die den Import und den Export von Konsum- und Investitionsgütern in Abhängigkeit vom Volkseinkommen bzw. von Volkseinkommensänderungen bestimmen, sind das Ergebnis eines mikroökonomischen, aber nicht explizit dargestellten Prozesses, in dem die komparativen Kosten die Richtung der Güterströme bestimmen. Die Konstanz der Koeffizienten impliziert, daß sich die komparativen Kosten im Wachstumsprozeß nicht ändern. Ähnliche Überlegungen gelten für die aggregierten neoklassischen Wachstumsmodelle.

Dagegen bietet das neoklassische Zwei-Sektoren-Wachstumsmodell einen Ansatz für die Erklärung der zeitlichen Entwicklung der komparativen Kosten und dem darauf beruhenden Austausch von Gütern. Die Bestimmungsgründe für die Richtung der Güterströme in einem gegebenen Zeitpunkt sind einmal die Nachfragebedingungen und zum andern die relativen Faktorausstattungen der

---

1) J.Bhagwati, The Theory of Comparative Advantage in the Context of Underdevelopment and Growth, in: Pakistan Development Review, Vol.II, 1962, S. 339.

2) Die Heckscher-Ohlin-Theorie z.B. legt besonderes Gewicht auf die Faktorproportionen als Bestimmungsgrund für die Richtung des internationalen Handels; nach ihr exportiert ein Land diejenigen Güter, die den relativ reichlich vorhandenen Produktionsfaktor intensiv verwenden. Daraus zu folgern, es sei für ein Land vorteilhaft, diese Güter zu exportieren, ist nicht richtig (J.Bhagwati, a.a.O., S.350, verweist z.B. auf diesen Fehler bei H.B.Chenery, Comparativ Advantage and Development Policy, in: Surveys of Economic Theory, Growth and Development, Vol.II, London usw. 1965, S.126). Diese These ist unter Wohlfahrtsgesichtspunkten nicht haltbar, da erst durch die Berücksichtigung der Angebots- und Nachfragebedingungen im In- und Ausland bestimmt werden kann, welche Güter ex- bzw. importiert werden sollen. Dann sind die normativen Elemente und die die Richtung der Güterströme erklärenden Faktoren nur die beiden Seiten derselben Sache, nämlich der Theorie der komparativen Kosten.

beiden Länder; insofern stimmt dieser Ansatz völlig mit dem Heckscher-Ohlin-Modell überein. Im Unterschied zum statischen bzw. komparativ-statischen Ansatz wachsen nun sowohl der Arbeits- als auch der Kapitalbestand, so daß sich - sofern die Wachstumsraten der beiden Produktionsfaktoren unterschiedlich sind - die relativen Faktorausstattungen der beiden Länder und deshalb auch die komparativen Kosten im Zeitverlauf ändern. Wir haben bereits beispielhaft die Entwicklung der Güterströme dargestellt, wenn sich die relativen Faktorausstattungen der beiden Länder - bei gegebenen Nachfragebedingungen - an das Endgleichgewicht anpassen.

Mit diesem neoklassischen Zwei-Sektoren-Ansatz ist man also in der Lage, eine Strukturänderung zu beschreiben, wie sie z.B. der Umschlag der internationalen Güterströme darstellt. Bei der komparativ-statischen Behandlung der Wachstumsphänomene, wie sie z.B. von Södersten[1] vorgenommen wurde, ist es nicht möglich, solche Strukturänderungen darzustellen, da lediglich marginale Änderungen des Kapital- oder des Arbeitsbestandes erfolgen. Die Dynamisierung des Heckscher-Ohlin-Modells ist also eine wesentliche Fortentwicklung der statischen Theorie der komparativen Kosten, selbst wenn man die Voraussetzungen, unter denen die Ergebnisse abgeleitet wurden, in Betracht zieht. Durch ihre Aufhebung ließe sich auch die zeitliche Entwicklung der komparativen Kosten unter veränderten Bedingungen analysieren. Fruchtbare Ergebnisse sind jedoch weniger von der Einführung sogenannter zweitbester Modellannahmen zu erwarten, als vielmehr durch die Einführung des technischen Fortschritts bzw. von Lernprozessen, durch die sich die Qualität der Produktionsfaktoren ändert, oder durch die Einbeziehung von internen Ersparnissen, die durch den Wachstumsprozeß möglich werden.

3348 Die wirtschaftspolitische Bedeutung der Wachstumsmodelle

Der Prüfstein für theoretische Ableitungen ist ihre Fähigkeit, Phänomene der Realität zu erklären und für wirtschaftspolitische Fragestellungen verwendet werden zu können. Wenn man einmal auf den letzteren Aspekt abstellt, dann ließen sich in die obigen Modelle wirtschaftspolitische Entscheidungsparameter einführen und die von Änderungen dieser Parameter ausgehenden Wirkungen untersuchen. Jedoch birgt ein solches Vorgehen die

---

1) Vergl. S. 82 ff.

Gefahr in sich, daß der falsche Eindruck entsteht, es sei damit ein echter Beitrag für die wirtschaftspolitische Entscheidungsfindung erbracht. Das gilt in besonderem Maße für langfristige Untersuchungen, die auf bestimmten, extremen Hypothesen beruhen.

So macht die Starrheit der Struktur, die Mechanik des Ablaufs sowie die Langfristigkeit der Anpassungszeit[1] an das stetige Wachstum die Modelle auf der Grundlage des Ansatzes von Harrod-Domar für wirtschaftspolitische Zwecke wenig geeignet. Hinzu kommt, daß es verschiedene Hypothesen über die Zusammenhänge zwischen Investitionen und Volkseinkommens- bzw. Kapazitätsänderungen gibt. Die Annahme der langfristigen Konstanz der Koeffizienten ist ebenfalls nicht unproblematisch.

Ähnlich kritisch zu beurteilen ist die Verwendung neoklassischer Wachstumsmodelle zur Erklärung von ökonomischen Phänomenen bzw. zur Vorbereitung wirtschaftspolitischer Entscheidungen. Abgesehen einmal von den nicht gerade realitätsnahen Hypothesen, wie z.B. vollständige Konkurrenz auf Güter- und Faktormärkten oder der kontinuierlichen Substituierbarkeit zwischen den Produktionsfaktoren, taucht hier wieder das Problem der extrem langen Anpassungszeit an den stetigen Wachstumspfad auf. Untersuchungen von R. Sato[2] über die Anpassungszeit nach einer Störung des stetigen Wachstums durch wirtschaftspolitische Maßnahmen unter Verwendung einigermaßen realitätsnaher Koeffizientenwerte haben ergeben, daß es zum Teil mehr als 100 Jahre dauert, bis 90 Prozent der völligen Anpassung erreicht ist[3].

---

1) H.Klimesch,Beiträge zu einer regionalen Wachstumstheorie, a.a.O.,S.63, S.89, der verschiedene numerische Beispiele, in denen sich zwei Regionen im Ausgangszeitpunkt nicht im stetigen Wachstum befinden, durchgerechnet hat, findet, daß sich die Relationen zwischen den Volkseinkommensgrößen zweier Regionen in einem Zeitraum von ungefähr 60 Perioden (Jahre?) annähernd stabilisieren, um dann konstant zu bleiben. Nicht untersucht wurde von Klimesch jedoch die Anpassungszeit, die sich bei Änderungen eines wirtschaftspolitischen Parameters ergibt. Prinzipiell handelt es sich jedoch bei beiden Anpassungsprozessen um dieselbe Erscheinung.

2) Vergl.R.Sato, Fiscal Policy in a Neo-Classical Growth Modell: An Analysis of Time Required for Equilibrating Adjustment, in: Review of Economic Studies, Vol.XXX,1963,S.16-23; R.Sato, The Harrod-Model vs. the Neo-Classical Model, in:Economic Journal,Vol.LXXIV,1964,S.380-387.

3) R.Sato, On the Adjustment Time in Neo-Classical Growth Models, in: Review of Economic Studies,Vol.XXXIII,1966,S.263 ff., hat diese Ergebnisse kritisch untersucht, indem er die Anpassungszeit für verschiedene Modellvarianten ermittelt hat. Er kommt zu der Schlußfolgerung, daß "... the adjustment process is completed in a shorter period of time if capital goods are less durable, if technical improvements are

(Forts.nächste Seite)

Wenn man also Modelle dieser Art für wirtschaftspolitische Fragestellungen verwendet, dann sind die Grenzen der Ergebnisse sehr deutlich hervorzuheben. Was mit solchen langfristigen Modellen jedoch höchstens gewonnen werden kann, sind Aussagen über Tendenzen, die durch Änderung der wirtschaftspolitischen Parameter hervorgerufen werden. Angesichts dieser Einschränkungen für die abzuleitenden Ergebnisse verzichten wir auf die Einführung wirtschaftspolitischer Parameter in die Modelle.

Forts.der Fn.3) von S. 152:
more embodied rather than disembodied, if the economy has a higher growth rate, and if the capital elasticity of output is lower" (S.265). Die Anpassungszeiten hängen also entscheidend von den verwendeten Modellvarianten ab. Im Vergleich zu den Ergebnissen, die R.Sato früher (1963) abgeleitet hat, zeigt sich, daß die Anpassungszeiten sehr viel kürzer sind. Bei unserem Modellansatz jedoch muß man mit extrem langen Anpassungszeiten rechnen.

4 SCHLUSSBEMERKUNGEN

Das Hauptgewicht der Arbeit lag in der Untersuchung des langfristigen Verhaltens der Variablen in Modellen mit Außenhandel, wobei insbesondere die Möglichkeit eines stetigen Wachstums analysiert wurde. Ohne auf Einzelheiten einzugehen, sollen zunächst, anknüpfend an die wachstums- und außenhandelstheoretischen Aspekte der Modelle, einige Gesichtspunkte zusammenfassend berührt werden.

Was die wachstumstheoretische Seite der Modelle anbetrifft, so hat sich gezeigt, daß stetiges Wachstum sowohl in Modellen vom Harrod-Domar- als auch vom neoklassischen Typ möglich ist. Allerdings verläuft der Anpassungsprozeß bei beiden Modelltypen verschieden. Bei ersteren steckt kein unmittelbar ökonomisch erklärbarer Prozeß dahinter, sondern die Wachstumspfade der Volkseinkommen in den einzelnen Ländern werden durch die maximale charakteristische Wurzel bestimmt, die ihrerseits von den Koeffizienten des Modells abhängt. Im andern Fall tendiert das System gegen ein langfristiges Gleichgewicht, das über die Veränderung der Kapitalkoeffizienten und des Verhältnisses zwischen Kapital und Arbeit erreicht wird. Während beim Harrod-Domar-Ansatz unterstellt wird, daß die Kapitalkoeffizienten konstant sind, entwickeln sich diese bei den neoklassischen Modellen in Richtung auf den langfristigen Gleichgewichtswert bei stetigem Wachstum, um dann aber ebenfalls konstant zu bleiben. Dies gilt sowohl für die totalen als auch für die sektoralen Kapitalkoeffizienten, da bei stetigem Wachstum alle Variablen mit derselben Rate wachsen. Im stetigen Wachstum ist also das äußere Erscheinungsbild des Harrod-Domar- und des neoklassischen Ansatzes gleich. Das stetige Wachstum ist ein "quasi-stationärer" Zustand, bei dem sich die Relationen zwischen den Variablen nicht ändern, sondern nur noch eine dauernde Niveauverschiebung erfolgt. Die Schwierigkeiten, die sich beim Harrod-Domar-Ansatz für den Produktionsfaktor Arbeit ergeben, können im neoklassischen Ansatz überwunden werden, allerdings durch die Einführung nicht minder restriktiver Voraussetzungen. Während also auf der Angebotsseite zwei, wenn auch extreme Möglichkeiten analysiert wurden (limitationale, die bei den Harrod-Domar-Modellen implizit enthalten sind, und substitutionale Produktionsfaktoren), begnügten

wir uns bei den Nachfragebedingungen mit dem Fall einer konstanten, auf das Volkseinkommen bezogenen Sparquote. Überhaupt erweist es sich als unmöglich, alle und darüber hinaus als unzweckmäßig, möglichst viele Alternativen zu untersuchen, da der Grenzertrag weiterer Modellvariationen sehr schnell abnehmen dürfte. Außerdem fehlen weitgehend Kriterien, insbesondere empirischer Herkunft, die die Variationsmöglichkeiten, die sich der theoretischen Analyse anbieten, sinnvoll beschränken. Die Zweiteilung der Arbeit und die Schwierigkeit, die Realitätsbezogenheit des Harrod-Domar- und des neoklassischen Ansatzes gegeneinander abzuwägen, ist dafür ein guter Beleg. Diese Überlegungen haben uns auch davon abgehalten, ein Modell unter möglichst vielen Gesichtspunkten zu analysieren. Trotzdem wollen wir noch auf ein Problem hinweisen, das unseres Erachtens von wesentlicher Bedeutung ist, das aber nicht behandelt wurde.

Der technische Fortschritt wurde durch die Annahme von im Zeitverlauf gleichbleibenden Produktionsfunktionen aus den Betrachtungen ausgeschlossen. Im anderen Fall würden sich wesentliche Schwierigkeiten einstellen, zwar nicht so sehr durch die Einführung autonomen technischen Fortschritts, sondern vor allem durch die Berücksichtigung der Interdependenz zwischen Außenhandel und technischem Fortschritt.

Die Ergebnisse auf außenhandelstheoretischem Gebiet sind keineswegs befriedigend. Beim Harrod-Domar-Ansatz und den neoklassischen Ein-Sektoren-Modellen ergaben sich beispielsweise mit einer konstanten Rate wachsende Außenhandelssalden; im neoklassischen Zwei-Sektoren-Modell taucht dieses Problem deshalb nicht auf, weil von vornherein die Annahme gemacht wurde, daß die Exporte immer gleich den Importen sind. Ist in den neoklassischen aggregierten Modellen, bei denen der internationale Austausch durch Importquoten bestimmt ist, die Handelsbilanz ausgeglichen, dann ergeben sich auf das Wachstum keinerlei Wirkungen; die Wachstumsraten und die Einkommensniveaus werden nicht beeinflußt. In Modellen, in denen Konsum- und Investitionsgüter ausgetauscht werden, kann selbst bei ausgeglichener Handelsbilanz ein Einfluß auf die Einkommensniveaus, und bei Harrod-Domar-Modellen auch auf die Wachstumsraten der Volkseinkommen auftreten. Bei Harrod-Domar-Modellen ergeben sich immer dann Wirkungen, wenn die Exporte von Investitionsgütern nicht gleich den Importen sind.

Unbeantwortet blieb auch die Frage nach einer umfassenden dynamischen Theorie der komparativen Kosten. Abgesehen davon, daß diese Fragestellung

nur in einem Zwei-Sektoren-Modell sinnvoll ist, konnte beim neoklassischen Ansatz im dritten Kapitel gezeigt werden, wie sich bei gegebenen Nachfragebedingungen die Güterströme, die durch die komparativen Kosten determiniert werden, im Zeitverlauf ändern. Dabei entspricht der Ansatz für die Erklärung der komparativen Kosten durch die relative Faktorausstattung der Länder der Tradition von Heckscher-Ohlin. Die relativen Kapitalausstattungen ihrerseits werden durch das Wachstum der Arbeit und den Kapitalakkumulationsprozeß bestimmt. Andere Hypothesen für die Erklärung der komparativen Kosten blieben außer Betracht; auf die bedeutsame Rolle des technischen Fortschritts oder der durch den internationalen Handel hervorgerufenen Lernprozesse sei hier nur verwiesen.

Ein weiterer Problemkreis, der in der Theorie des internationalen Handels häufig vernachlässigt wird, ist die Untersuchung der Wirkungen der Transportkosten. Eine erfreuliche Ausnahme bildet hier die Studie von H.Herberg, der in einem neoklassischen Zwei-Länder-Drei-Sektoren-Wachstumsmodell die Kosten des Transports dadurch berücksichtigt, daß der dritte Sektor Transportleistungen produziert[1]. Das von uns im dritten Kapitel dargestellte Zwei-Länder-Zwei-Sektoren-Modell ist ein Spezialfall dieser allgemeinen Formulierung.

Wir haben unsere Betrachtungen auf Modelle beschränkt, die zum einen die Zeit als wesentliches Element enthalten und zum anderen Wachstum der Modellvariablen beschreiben. Allerdings enthalten die Modelle nicht nur dynamische sondern auch statische Elemente. Die Preis-Mengen-Beziehungen im neoklassischen und die Multiplikatoren, die allerdings nicht explizit in Erscheinung treten, im Harrod-Domar-Modellansatz sind statisch, während die Gleichungen, die die Kapitalakkumulation beschreiben, dynamisch sind. Da wir uns vor allem für das wirtschaftliche Wachstum interessiert haben, wurden die Stabilitätskriterien für die Multiplikatoren und den statischen Marktmechanismus nicht weiter untersucht, sondern es wurde einfach davon ausgegangen, daß die Stabilität gegeben ist.

Einige Bemerkungen zu einer traditionellen Einteilung der Außenwirtschaftstheorie erscheinen noch erforderlich; bei dieser wird häufig zwischen reiner und monetärer Theorie unterschieden. Auf einen einfachen Nenner gebracht kann man sagen, daß sich die reine Theorie mit realwirtschaft-

---

1) H.Herberg, Wirtschaftswachstum, Außenhandel und Transportkosten, Göttingen 1966. Diese Untersuchung konnte in unserer Arbeit nicht mehr berücksichtigt werden.

lichen Zusammenhängen befaßt, die durch relative Preise dargestellt werden. Die monetäre Theorie dagegen untersucht Probleme, bei denen durch die Einführung von Geld aus den relativen absolute Preise werden[1]. Der Ursprung dieser Einteilung liegt in der klassischen Überzeugung, daß das Geld für die realwirtschaftlichen Zusammenhänge ohne Bedeutung sei. Abgesehen davon, daß diese These nicht aufrechterhalten werden kann, ist die Einteilung in monetäre und reine Theorie für die Außenhandels-, insbesondere aber für die Wachstumstheorie von zweifelhaftem Wert. Werden beispielsweise Außenhandelsmultiplikatoren unter der Annahme konstanter Preise abgeleitet, dann beschreiben sie realwirtschaftliche Vorgänge. Nach dieser Einteilung gehört z.B. die Theorie der komparativen Kosten zur reinen, die Außenhandelsmultiplikatoren zur monetären Theorie.

Versucht man, die in dieser Arbeit behandelten Typen von Wachstumsmodellen nach obigem Kriterium aufzuteilen, dann sind die Harrod-Domar- und die neoklassischen Ein-Sektoren-Wachstumsmodelle der monetären, während die neoklassischen Zwei-Sektoren-Wachstumsmodelle der reinen Theorie zuzuordnen sind. Die Einteilung der Wachstumstheorie nach dem Kriterium relativer und absoluter Preise ist zwar möglich, erweist sich jedoch als äußerst künstlich und darüberhinaus als wenig sinnvoll. Dazu kommt, daß die Wachstumstheorie in erster Linie realwirtschaftliche Phänomene untersucht, was natürlich nicht bedeutet, daß monetäre Probleme keine Bedeutung haben. Für die vorliegende Arbeit erwies es sich als unzweckmäßig und wenig sinnvoll, sich diesem traditionellen Einteilungskriterium anzuschließen.

Eine abschließende Beurteilung der Ergebnisse ist nicht einfach. Auf jeden Fall sind sie unter großen Vorbehalten zu betrachten, insbesondere was ihre Realitätsbezogenheit anbelangt. Die Ursache dafür liegt in den teils extremen Modellvoraussetzungen. Hinzu kommt die Einseitigkeit der theoretischen Analyse in Richtung auf das stetige Wachstum. "The general preoccupation with the case of steady-state growth ... has drawn the theory into directions which severly limit its direct empirical applications or usefulness"[2], und so wäre zu ergänzen, ihre wirtschaftspolitische Relevanz. Trotzdem sind die gewonnen Ergebnisse und die aufgezeigten Zusammenhänge von theoretischer Bedeutung. Zwar ist die Struktur der betrachteten Modelle relativ einfach, doch ist es gerade deswegen möglich,

---

1) Vergl.dazu K.Rose,Theorie der Außenwirtschaft, a.a.O.,S.35f.,S.167 f.
2) F.H.Hahn und R.C.O.Matthews, The Theory of Economic Growth: A Survey, a.a.O., S.112.

die theoretischen Zusammenhänge verstehbar darzustellen; sobald die Modellstrukturen zu komplex sind, werden die Aussagen unübersichtlich und als Theorie wenig brauchbar.

Hahn und Matthews, die sich eingehend mit dem Stand der modernen Wachstumstheorie befaßt haben, bemerken, wobei sie unter anderem auch auf die Fragestellung des stetigen Wachstums hinweisen, daß der Punkt abnehmender Erträge wohl erreicht sei. Nichts sei einfacher, als immer neue und kompliziertere Modelle darzustellen, die sowohl keine neuen Ideen brächten als auch für die Erhellung der Ursachen für den "wealth of nations" wenig beitrügen[1]. "But it is essentially a frivolous occupation to take a chain and devote one's energies to strengthening and polishing the links that are already strong."[2] Wir hoffen, daß wir in dieser Arbeit nicht nur Kettenglieder poliert haben, die bereits eine ausreichende Stärke haben, dies vor allem auch deshalb, weil wir ein Gebiet behandelt haben, das in der wachstumstheoretischen und in der außenhandelstheoretischen Diskussion bisher eine vergleichsweise geringe Rolle gespielt hat.

---

1) F.H.Hahn und R.C.O.Matthews, a.a.O., S. 112..
2) F.H.Hahn und R.C.O.Matthews, a.a.O., S. 112.

L I T E R A T U R V E R Z E I C H N I S

Abb, F. — Die Außenwirtschaft und die Modellanalyse des wirtschaftlichen Wachstums, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 114. Band, 1958, S. 468-490.

Airov, J. — The Construction of Interregional Business Cycle Models, in: Journal of Regional Science, Vol. 5, 1963, S. 1 - 20.

Allen, R. G. D. — Mathematical Analysis for Economists, London 1962.

Allen, R. G. D. — Mathematical Economics, London, New York, 2. Aufl., 1959.

Amano, A. — A Further Note on Professor Uzawa's Two-Sector Model of Economic Growth, in: Review of Economic Studies, Vol. XXXI, 1964, S. 97 - 102.

Baldwin, R. E. — The Role of Capital-Goods Trade in the Theory of International Trade, in: American Economic Review, Vol. LVI, 1966, S. 841 - 848.

Ball, R. J. — Capital Imports and Economic Development: Paradoxy or Orthodoxy, in: Kyklos, Vol. XV, 1962, S. 610 - 623.

Ball, R. J. — Capital Imports and Economic Growth: A Reply, in: Kyklos, Vol. XVIII, 1965, S. 139 - 140.

Bardhan, P. K. — Equilibrium Growth in the International Economy, in: Quarterly Journal of Economics, Vol. LXXIX, 1965, S. 455 - 464.

Bardhan, P. K. — On Factor Accumulation and the Pattern of International Specialisation, in: Review of Economic Studies, Vol. XXXIII, 1966, S. 39 - 44.

Baumol, W. J. — Economic Dynamics, 2nd. ed., New York 1959.

Bensuan-Butt, D. M. — A Model of Trade and Accumulation, in: American Economic Review, Vol. XLIV, 1954, S. 511 - 529.

Bhagwati, J. — International Trade and Economic Expansion, in: American Economic Review, Vol. XLVIII, 1958, S. 941 - 953.

Bhagwati, J.	Immiserizing Growth: A Geometrical Note, in: Review of Economic Studies, Vol. XXV, 1958, S. 201 - 205.
Bhagwati, J.	The Theory of Comparative Advantage in the Context of Underdevelopment and Growth, in: Pakistan Development Review, Vol. II, 1962, S. 339 - 353.
Bhagwati, J.	The Pure Theory of International Trade: A Survey, in: Surveys of Economic Theory, Growth and Development, Vol. II, London usw.1965, S. 156 - 239; zuerst veröffentlicht in: Economic Journal, Vol. LXXIV, 1964, S. 1 - 84.
Birkhoff, G. und MacLane, S.	A Survey of Modern Algebra, Rev.ed., New York 1953.
Bombach, G.	Von der Neoklassik zur modernen Wachstumstheorie, in: Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik, 100 Jg., 1964, S. 399 - 427.
Bombach, G.	Wirtschaftswachstum, in: Handwörterbuch der Sozialwissenschaften, Band 12, Stuttgart usw. 1965.
Bombach, G.	Zins und wirtschaftliches Wachstum, in: Weltwirtschaftliches Archiv, Band 96, 1966, S. 218 - 237.
Borts, G. H. und Stein, J. L.	Economic Growth in a Free Market, New York und London 1964.
Brems, H.	The Foreign Trade Accelerator and International Transmission of Growth, in: Econometrica, Vol. 24, 1956, S. 223 - 238.
Brems, H.	Trade, Growth, and the Exchange Rate; Growth in a Two-Country Harrod-Domar Model with a Variable Exchange Rate, in: Economic Tidskrift, 65. Jg., 1963, S. 99 - 108.
Brown, J. A. C. und Stone, J. R. N.	Output and Investment for Exponential Growth in Consumption, in: Review of Economic Studies, Vol. XXIX, 1962, S. 241 - 245.
Brown, M. und Jones, R.	Economic Growth and the Theory of International Income Flows, in: Econometrica, Vol. 30, 1962, S. 88 - 97.
Caves, R. E.	Trade and Economic Structure, Cambridge, Mass., 1960.
Chakravarty, S.	The Logic of Investment Planning, Amsterdam 1957.

Chenery, H. G.	Comparative Advantage and Development Policy, in: Surveys of Economic Theory, Growth and Development, Vol. II, London usw. 1965, S. 125 - 155; zuerst veröffentlicht in: American Economic Review, Vol. LI, 1961, S. 18 - 51.
Chipman, J. S.	The Multi-Sector Multiplier, in: Econometrica, Vol. 18, 1950, S. 355 - 374.
Chipman, J. S.	A Survey of the Theory of International Trade, Part I: The Classical Theory, in: Econometrica, Vol. 33, 1965, S. 477 - 519; Part II: The Neoclassical Theory, in: Econometrica, Vol. 33, 1965, S. 685 - 760; Part III: The Modern Theory, in: Econometrica, Vol. 34, 1966, S. 18 - 76.
Debreu, G. und Herstein, I. N.	Nonnegative Square Matrices, in: Econometrica, Vol. 21, 1953, S. 597 - 607.
Domar, E. D.	Essays in the Theory of Growth, London 1957.
Drandakis, E. M.	Factor Substitution in the Two-Sector Growth Model, in: Review of Economic Studies, Vol. XXX, 1963, S. 217 - 228.
Faber, M.	Is the Classical Theory of International Trade Applicable to Under-Developed Economies? in: East African Economic Review, Vol. 7, 1960, S. 13 - 21.
Findlay, R. und Grubert, H.	Factor Intensities, Technological Progress, and the Terms of Trade, in: Oxford Economic Papers, N.S. Vol. 11, 1959, S. 111 - 121.
Goldberg, S.	Introduction to Difference Equations, New York 1958.
Goldberger, A. S.	Impact Multipliers and Dynamic Properties of the Klein-Goldberger Model, Amsterdam 1959.
Goodwin, R. M.	The Multiplier as Matrix, in: Economic Journal, Vol. LIX, 1949, S.537 - 555.
Hahn, F. H. und Matthews, R. C. O.	The Theory of Economic Growth: A Survey, in: Surveys of Economic Theory, Growth and Development, Vol. II, London usw. 1965, S. 1 - 124; zuerst veröffentlicht in: Economic Journal, Vol. LXXIV, 1964, S. 779 - 902.
Hahn, F. H.	On Two-Sector Growth Models, in: Review of Economic Studies, Vol. XXXII, 1965, S. 339 - 346.

Hamberg, D.	Investment and Saving in a Growing Economy, in: Review of Economics and Statistics, Vol. XXXVII, 1955, S. 196 - 201.
Hamberg, D. und Schultze, C. L.	Autonomous vs. Induced Investment: The Interrelatedness of Parameters in Growth Models, in: Economic Journal, Vol. LXXI, 1961, S. 53-65.
Haque, W.	Capital Accumulation under Cobb-Douglas Production Functions, in: Zeitschrift für Nationalökonomie, Band XXIV, 1964, S. 27 - 46.
Haring, J. E.	Dynamic Trade Theory and Growth in Poor Countries, in: Kyklos, Vol. XVI, 1963, S. 371 - 391.
Harrod, R. F.	Towards a Dynamic Economics, London 1948.
Hawkins, D. und Simon, H. A.	Some Conditions of Macroeconomic Stability, in: Econometrica, Vol. 17, 1949, S. 245 - 248.
Heckscher, E. F.	The Effects of Foreign Trade and the Distribution of Income, in: Readings in the Theory of International Trade, (Ed. by H. S. Ellis and L. S. Metzler), Philadelphia, Toronto 1949.
Heinemann, H.-J.	Wirtschaftliches Wachstum und Entwicklungshilfe - dargestellt an einem Harrod-Domar-Modell, in: Zeitschrift für Nationalökonomie, Band XXIII, 1963, S. 286 - 329.
Herberg, H.	Wirtschaftswachstum, Außenhandel und Transportkosten, Göttingen 1966.
Hicks, J. R.	A Contribution to the Theory of the Trade Cycle, Oxford 1950.
Hicks, J. R.	An Inaugural Lecture, in: Oxford Economic Papers, N. S. Vol. 5, 1953, S. 117 - 135.
Hicks, J. R.	Capital and Growth, Oxford 1965.
Ichimura, S.	Anhänge in: United Nations, Economic Commission for Asia and the Far East, Programming Techniques for Economic Development, With Special Reference for Asia and the Far East, Report of the First Group of Experts on Programming Techniques, (Development Programming Techniques Series No. 1), Bangkok 1960, S. 81 - 114.

Inada, K.-I. — On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalisation, in: Review of Economic Studies, Vol. XXX, 1963, S. 119 - 127.

Inada, K.-I. — Economic Growth and Factor Substitution, in: International Economic Review, Vol. 5, 1964, S. 318 - 327.

Inada, K.-I. — On Neoclassical Models of Economic Growth, in: Review of Economic Studies, Vol. XXXII, 1965, S. 151 - 160.

Ince, E. L. — Ordinary Differential Equations, New York 1927.

Jochimsen, R. — Theorie der Infrastruktur, Grundlagen der marktwirtschaftlichen Entwicklung, Tübingen 1966.

Johansen, L. — Substitution versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth: A Synthesis, in: Econometrica, Vol. 27, 1959, S. 157 - 176.

Johnson, H. G. — Equilibrium Growth in an International Economy, in: H.G. Johnson, International Trade and Economic Growth, London 1958, S. 120 - 149; zuerst abgedruckt in: Canadian Journal of Economics and Political Science, Vol. XIX, 1953, S. 478 - 500.

Johnson, H. G. — Economic Expansion and International Trade, in: H.G. Johnson, International Trade and Economic Growth, London 1958; zuerst veröffentlicht in: Manchester School of Economic and Social Studies, Vol. XXIII, 1955, S. 95 - 112.

Johnson, H. G. — Factor Endowments, International Trade and Factor Prices, in: H.G.Johnson, International Trade and Economic Growth, London 1958, S. 17 - 30; zuerst veröffentlicht in: Manchester School of Economic and Social Studies, Vol. XXV, 1957, S. 270 - 283.

Jones, R. — Factor Proportions and the Heckscher-Ohlin Theorem, in: Review of Economic Studies, Vol. XXIV, 1956-1957, S. 1 - 10.

Kaizuka, K. — A Remark on 'Capital Imports and Economic Development', in: Kyklos, Vol. XVII, 1964, S. 483 - 484.

Kindleberger, C. P. — International Economics, 3rd.ed., Homewood, Ill., 1963.

Klimesch, H. — Beiträge zu einer regionalen Wachstumstheorie, Dissertation Tübingen 1966.

Kurz, M.	A Two-Sector Extension of Swan's Model of Economic Growth: The Case of no Technical Change, in: International Economic Review, Vol. 4, 1963, S. 68 - 79.
Laing, N. F.	A Geometrical Analysis of some Theorems on Steady Growth, in: Journal of Political Economy, Vol. LXXII, 1964, S. 476 - 482.
Lancaster, K.	The Heckscher-Ohlin Trade Model: A Geometric Treatment, in: Economica, N. S. Vol. XXIV, 1957, S. 19 - 39.
Linder, S. B.	An Essay on Trade and Transformation, Stockholm usw. 1961.
Lorenz, D.	Dynamische Theorie der internationalen Arbeitsteilung, Ein Beitrag zur Theorie der wirtschaftlichen Entwicklung, Berlin 1967.
Marcy, G.	Economie Internationale, Paris, 1965.
Massel, B. F.	Exports, Capital Imports, and Economic Growth, in: Kyklos, Vol. XVII, 1964, S. 627 - 635.
Mathur, P. N.	Output and Investment for Exponential Growth in Consumption - An Alternative Formulation: A Derivation of their Technological Upper Limit, in: Review of Economic Studies, Vol. XXXI, 1964, S. 73 - 76.
Meade, J. E.	A Neo-Classical Theory of Economic Growth, Revised Second Edition, London 1962.
Meade, J. E.	The Stationary Economy , (Being Volume One of A Principles of Political Economy), London 1965.
Metzler, L. A.	A Multiple-Region Theory of Income and Trade, in: Econometrica, Vol. 18, 1950, S. 329 - 354.
Möller, H.	Kapitalexport und Wachstum, in: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Band 178, 1965, S. 186 - 201.
Mookerjee, S.	Factor Endowments and International Trade, A Statement and Appraisal of the Heckscher-Ohlin Theory, Bombay usw. 1958.
Morishima, M.	Prices, Interest and Profits in a Dynamic Leontief System, in: Econometrica, Vol. 26, 1958, S. 358 - 380.

Morishima, M. — Equilibrium Stability, and Growth, A Multi-Sectoral Analysis, Oxford 1964.

Mukerji, V. — Output and Investment for Exponential Growth in Consumption - The General Solution and Some Comments, in: Review of Economic Studies, Vol. XXXI, 1964, S. 77 - 82.

Myint, H. — The "Classical Theory" of International Trade and the Underdeveloped Countries, in: Economic Journal, Vol. LXVIII, 1958, S. 317 - 337.

Neisser, H. — Critical Notes on the Acceleration Principle, in: Quarterly Journal of Economics, Vol. LXVIII, 1954, S. 253 - 274.

Nikaido, H. — Balanced Growth in Multi-Sectoral Income Propagation Under Autonomous Expenditure Schemes, in: Review of Economic Studies, Vol. XXXI, 1964, S. 25 - 42.

Nurkse, R. — Pattern of Trade and Development, (Wicksell Lectures, Stockholm 1959), in: Equilibrium and Growth in the World Economy, Ed. by G. Haberler and R. M. Stern, Cambridge, Mass., 1961, S. 282 - 336.

Ohlin, B. — Interregional and International Trade, Cambridge, Mass. 1933.

Oniki, H. und Uzawa, H. — Patterns of Trade and Investment in a Dynamic Model of International Trade, in: Review of Economic Studies, Vol. 32, 1965, S. 15 - 38.

Oppenländer, K. — Die moderne Wachstumstheorie, Eine kritische Untersuchung der Bausteine der Gleichgewichtskonzeption und der Wirklichkeitsnähe, Berlin-München 1963.

Ott, A. E. — Einführung in die dynamische Wirtschaftstheorie, Göttingen 1963.

Phelps, E. S. — The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen, in: American Economic Review, Vol. LI, 1961, S. 638 - 643.

Reiter, P. — Außenhandel und wirtschaftliches Wachstum, Dissertation München 1959.

Richter, R. — "Harrod-Wachstum" und "Solow-Wachstum", ein Vergleich, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 121. Band, 1965, S. 235 - 263.

Riese, H.	Gleichgewichtswachstum und optimales Wachstum in der neoklassischen Wachstumstheorie, in: Kyklos, Vol. XVII, 1964, S. 40 - 64.
Riese, H.	Mittelfristiges wirtschaftliches Wachstum und Neoklassische Wachstumstheorie, in: Kyklos, Vol. XVII, 1964, S. 80 - 106.
Robertson, D. H.	The Future of International Trade, in: Economic Journal, Vol. XLVIII, 1939, S. 1 -14.
Rose, K.	Theorie der Außenwirtschaft, Berlin und Frankfurt a.M., 2. Aufl., 1966.
Samuelson, P. A.	International Trade and the Equalisation of Factor Prices, in: Economic Journal, Vol. LVIII, 1948, S.162-184.
Samuelson, P. A.	International Factor-Price Equalisation Once Again, in: Economic Journal, Vol. LIX, 1949, S.181-197.
Samuelson, P. A. und Solow, R. M.	Balanced Growth Under Constant Returns to Scale, in: Econometrica, Vol. 21, 1953, S. 412 - 424.
Sato, R.	Fiscal Policy in a Neo-Classical Growth Model: An Analysis of Time Required for Equilibrating Adjustment, in: Review of Economic Studies, Vol. XXX, 1963, S. 16 - 23.
Sato, R.	The Harrod-Domar-Model vs. the Neo-Classical Growth Model, in: Economic Journal, Vol. LXXIV, 1964, S. 380-387.
Sato, R.	On the Adjustment Time in Neo-Classical Growth Models, in: Review of Economic Studies, Vol. XXXIII, 1966, S. 263 - 268.
Schneider, E.	Einführung in die Wirtschaftstheorie, II. Teil, 10., verbesserte Auflage, Tübingen 1965.
Schuman, J.	Ein dynamischer Ansatz zur reinen Theorie des internationalen Handels; Effizientes Wachstum offener Volkswirtschaften, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 121. Band, 1965, S. 264 - 300.
Södersten, B.	A Study of Economic Growth and International Trade, Stockholm usw. 1965.
Solow, R. M.	On the Structure of Linear Models, in: Econometrica, Vol. 20, 1952, S. 29 - 45.

Solow, R. M. — A Contribution to the Theory of Economic Growth, in: Quarterly Journal of Economics, Vol. LXX, 1956, S. 65 - 94.

Solow, R. M. — Competitive Valuation in a Dynamic Input-Output System, in: Econometrica, Vol. 27, 1959, S. 30 - 53.

Solow, R. M. — Note on Uzawa's Two-Sector Model of Economic Growth, in: Review of Economic Studies, Vol. XXIX, 1962, S. 48 - 50.

Takayama, A. — On a Two-Sector Model of Economic Growth: A Comparative Statics Analysis, in: Review of Economic Studies, Vol. XXX, 1963, S. 95 - 104.

Takayama, A. — Economic Growth and International Trade, in: Review of Economic Studies, Vol. XXXI, 1964, S. 207 - 220.

Tinbergen, J. Bos, H. C. — Mathematical Models of Economic Growth, New York usw. 1962.

Tsukui, J. — On a Theorem of Relative Stability, in: International Economic Review, Vol. 2, 1961, S. 229 - 230.

Uzawa, H. — On a Two Sector Model of Economic Growth, in: Review of Economic Studies, Vol. XXIX, 1961, S. 40 - 47.

Uzawa, H. — On a Two-Sector Model of Economic Growth II, in: Review of Economic Studies, Vol. XXX, 1963, S. 105 - 118.

Vanek, J. — International Trade, Theory and Economic Policy, Homewood, Ill., 1962.

Wong, Y. K. — Inequalities for Minkowsky-Leontief Matrices, in: Economic Activity Analysis, Ed. O. Morgenstern, New York, London 1954, S. 201 - 281.

Woodbury, M. A. — Properties of Leontief-Type Input-Output Matrices, in: Economic Activity Analysis, Ed. O. Morgenstern, New York, London 1954, S. 341 - 363.

Yamane, T. — Mathematics for Economists, An Elementary Survey, Englewood Cliffs, N. J., 1962.

Zurmühl, R. — Matrizen. Eine Darstellung für Ingenieure, Berlin usw. 1958.

L e b e n s l a u f

Ich wurde am 22. November 1935 in Dettingen/Erms als Sohn von Johannes Keinath und seiner Ehefrau Sofie, geb. Müller geboren. Von 1942 bis 1946 besuchte ich die Volksschule in Dettingen/Erms, von 1946 bis 1952 die Oberschule in Urach und von 1952 bis 1955 die Wirtschaftsoberschule in Reutlingen, wo ich im Frühjahr 1955 das Abitur ablegte.

Anschließend machte ich eine kaufmännische Lehre bei der Volksbank in Metzingen; nach der Kaufmannsgehilfenprüfung im Frühjahr 1957 blieb ich dort noch ein halbes Jahr als kaufmännischer Angestellter.

Vom Herbst 1957 bis zum Herbst 1962 studierte ich Volkswirtschaft in Tübingen und München; im November 1962 bestand ich in Tübingen die Diplomprüfung. Daran anschließend war ich Mitarbeiter an einer regionalpolitischen Grundsatzstudie für das Bundeswirtschaftsministerium unter der wissenschaftlichen Leitung der Professoren Dr. N. Kloten, Tübingen, und Dr. J.-H. Müller, Freiburg/Breisgau. Vom November 1963 bis April 1966 war ich Verwalter einer Assistentenstelle am Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre, Prof. Dr. N. Kloten; danach widmete ich mich ganz der Fertigstellung meiner Doktorarbeit. Seit November 1967 bin ich Assistent am Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre, Prof. Dr. E. Arndt, Tübingen.

Druck: Polyfoto Dr. Vogt KG
Stuttgart 1, Königstraße 19 a
Telefon 291063

Druck: Polyfoto Dr. Vogt KG
Stuttgart 1, Königstraße 19 a
Telefon 291063